



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2020/21
6. forduló

1. Oldja meg az $x'(t) = \frac{1}{\sin\left(\frac{x(t)}{t}\right)} + \frac{x(t)}{t}$, $x(2) = \frac{2\pi}{3}$ kezdetiérték feladatot. (10 pont)
2. a) Keressük meg azt az $y = f(x)$ függvénygörbét, amely átmegy az $E(5, 3)$ ponton, $(0, 5] \subseteq \text{Dom}(f)$, és minden $0 < x \leq 5$ esetén az f függvény $P(x, f(x))$ pontbeli érintőjének az y tengelyig terjedő szakaszának hossza 8.
b) A mindennapi életben hol találkozunk ilyen (függvény)görbével? (8+2 pont)
3. Visszatevés nélkül választunk 6 lapot a francia kártyából. Hányféleképpen lehet, hogy
i) nincs ász vagy van kettes a kivett lapok között,
ii) van ász és nincs kettes a kivett lapok között? (10 pont)
4. Legyen V az irracionális számok egy tetszőleges véges részhalmaza. A G gráfban legyenek $v_1, v_2 \in V$ éllel összekötve pontosan akkor, ha $v_1 + v_2$ racionális. Mutassuk meg, hogy G -ben nincs páratlan hosszú kör! (10 pont)
5. Bizonyítsuk be, hogy a legalább 11 csúcsú G gráfok esetén vagy G vagy G komplementere nem rajzolható síkba! (10 pont)
6. Oldjuk meg az $x^{30} \equiv 2 \pmod{1024}$ kongruenciát¹⁾! (10 pont)

Beadási határidő: 2021. június 7. (hétfő) 24:00.

A megoldásokat kérjük *elektronikusan* beküldeni a SZALKAI@ALMOS.UNI-PANNON.HU címre: vagy gépelt formában (*pdf*), vagy a kézzel írt megoldást beszkenelve. Ügyeljünk a kézírás és a szkennelés (fénykép) olvasható jó minőségére és külalakjára, *valamint* az indoklás teljes, érthető megfogalmazására!

Olvashatatlan vagy nehezen olvasható, rendetlen külalakú, csak végeredményt közlő megoldásokat nem értékelünk.

¹⁾ azaz keressünk olyan x egész számot, amelyre x^{30} maradéka 1024-el osztva 2