



## Matematikai feladatmegoldó verseny 2020/21 5. forduló

1. Mely irányokban létezik az iránymenti deriváltja az

$$f(x, y) = \sqrt[3]{(x-2)^2 - 4y^2}$$

függvénynek a  $P(2, 0)$  pontban? (10 pont)

2. Számítsa ki az

$$\iint_H x^2 - y^2 \, dxy$$

integrált, ahol  $H$  az  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(5, 4)$  és  $D(2, 3)$  pontok által meghatározott paralelogramma. (10 pont)

3. Számítsa ki az  $f(x, y) = 1 - x^2 - 2y^2$  ellipszis keresztmetszetű "paraboloid"  $[x, y]$  sík feletti részének térfogatát. (10 pont)

4. 10 dobókocka összege hányféleképpen lehet 30? (10 pont)

5. a) Mutassuk meg, hogy ha egy hurokélmentes összefüggő gráfban minden pont foka pontosan 4, akkor az élek beszínezhetők piros és kék színnel úgy, hogy minden csúcsba 2 piros és 2 kék él fusson be!

b) Milyen gáfkra és hogyan általánosítható az állítás?

c) Miért kell a hurokéleket kizárnunk? (6+3+1 pont)

6. Legyenek  $a, b, c \in \mathbb{N}$  nemnulla természetes számok, és legyen  $\mathcal{G}_{a,b,c}$  az a gráf, amelyet úgy kapunk, hogy kettő kitüntetett csúcsot,  $u$ -t és  $v$ -t összekötünk 3db csúcsdiszjunkt (közös csúcs nélküli) úttal, melyek hosszai (élek száma) rendre  $a, b, c$ . Hány *feszítőfája* van  $\mathcal{G}_{a,b,c}$ -nek? (10 pont)

**Beadási határidő: 2021. április 20. (hétfő) 24:00.**

A megoldásokat kérjük *elektronikusan* beküldeni a SZALKAI@ALMOS.UNI-PANNON.HU címre: vagy gépelt formában (*pdf*), vagy a kézzel írt megoldást beszkenelve. Ügyeljünk a kézírás és a szkennelés (fénykép) olvasható jó minőségére és külalakjára, *valamint* az indoklás teljes, érthető megfogalmazására!

Olvashatatlan vagy nehezen olvasható, rendetlen külalakú, csak végeredményt közlő megoldásokat nem értékelünk.