



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2019/20
2. forduló

1. Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 5x)^{1/\sin(x)}$ határértéket. (10 pont)

2. a) Miért nem lehet L'Hospital szabállyal kiszámolni a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ határértéket?

b) Számítsa ki a fenti határértéket. (10 pont)

3. Adjon meg olyan c_0, c_1, \dots, c_5 valós számokat úgy, hogy teljesüljön (tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ számra) az

$$x^5 = c_0 + c_1(x - 2) + c_2(x - 2)^2 + c_3(x - 2)^3 + c_4(x - 2)^4 + c_5(x - 2)^5$$

összefüggés. Egyértelműek-e ezek a c_i számok? (10 pont)

4. a) Keressünk olyan $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ mátrixot, amelyre $XA = BX$,

$$\text{ahol } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ és } B = \begin{bmatrix} \frac{5-\sqrt{33}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{5+\sqrt{33}}{2} \end{bmatrix}.$$

b) Számítsuk ki a B^{100} és az A^{100} hatványokat. (10 pont)

5. a) Adjunk meg olyan ρ, σ permutációkat, amelyek nem diszjunktak de kommutálnak, azaz $\rho\sigma = \sigma\rho$.

b) Igaz-e, hogy ha két permutáció kommutál, akkor a közösen mozgatott elemeket ugyanúgy mozgatják? (Vagyis: ha $M(\rho)$ és $M(\sigma)$ a mozgatott elemek halmaza, $H = M(\rho) \cap M(\sigma)$, $\rho\sigma = \sigma\rho$ és $f|_H$ jelöli az f függvény leszűkítését a H halmazra, akkor $\rho|_H = \sigma|_H$?) (10 pont)

6. A természetes számok A, B részhalmazai legyenek kapcsolatban az ω reláció szerint, ha az $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ ú.n. *szimmetrikus differencia* véges halmaz.

a) Mutassuk meg, hogy ω ekvivalencia reláció.

b) Mely halmazokkal van a páros számok P halmaza relációban ω szerint? (10 pont)

Beadási határidő: 2019. november 18. (hétfő) 12:00

Kizárólag kézzel vagy géppel (papírra) írt megoldásokat fogadunk el, elektronikusan beküldött megoldásokat nem veszünk figyelembe!

A feladatok megoldásait 2019. november 20. (szerda) 18:00 órákor megbeszéljük a Matematika Tanszék Könyvtárában (I. ép. 314.).