



Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2018/19  
6. forduló

1. Számítsuk ki az  $\iint_H f(x, y) dx dy$  integrált, ahol  $f(x, y) = x^2 - y^2$  és  $H$  az  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(5, 4)$ ,  $D(2, 3)$  pontok által meghatározott paralelogramma. (10 pont)
2. Oldjuk meg az  $y'(x) = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = 3$  kezdeti érték feladatot. (10 pont)
3. Határozzuk meg azon függvénygörbék egyenleteit, amelyeknél mindegyik érintési pont felezi az érintőnek a koordinátatengelyek közötti szakaszát. (10 pont)
4. El lehet-e hagyni a  $K_{40}$  teljes gráfból 660 élet úgy, hogy a megmaradt gráf síkgráf legyen? (10 pont)
5. Mutassuk meg, hogy tetszőlegesen adott
  - a)  $n$  db természetes szám közül mindig ki lehet választani *néhányat*,
  - b)  $2n - 1$  db természetes szám közül mindig ki lehet választani  $n$ -et,amelyek összege osztható  $n$ -el. (10 pont)
6. Egy fejszámolóművésztől a következő mutatóványt láttam: a nézők gondolnak néhány, akármilyen nagy, legfeljebb 7 db páratlan számot (nem feltétlenül különbözőket), és négyzetekik összegéből a fejszámolóművész azonnal megmondja, hogy hány szám négyzetét adták össze a nézők.  
Milyen maradékok számolása adhatja a trükk megfejtését?  
Tudjuk-e általánosítani a trükköt? (10 pont)

**Beadási határidő: 2019. június 24. (hétfő) 12:00**

Kérjük, hogy minden feladatot külön lapra írjanak, nevet, Neptun kódot, kart írjanak mindegyik, lapra, de *elektronikusan beküldött* megoldásokat NEM fogadunk el!