



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2018/19
4. forduló

1. Határozza meg az alábbi improprius integrál értékét, ahol az $a \neq \pm 1$ valós paraméter:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)(a^2+x^2)} dx$$

(10 pont)

2. Vizsgálja meg a

$$\sum_{n=2}^{\infty} (n^{1/n^2} - 1)$$

sor konvergenciáját. Használja fel, hogy

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^2} < \infty.$$

(10 pont)

3. Adja meg az

$$f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2}{x+3}$$

függvény 1-körüli Taylor-sorát.

(10 pont)

4. Egy kocka éleire írjuk az 1, 2, ..., 12 számokat, minden számot fel kell használni.

a) Megtehetjük-e ezt úgy, hogy minden csúcspan a befutó éleken levő számok összege azonos legyen?

b) Megtehetjük-e ezt úgy, hogy minden lapon a határoló éleken levő számok összege azonos legyen?

(10 pont)

5. Az első száz pozitív egész számból legfeljebb hányat lehet kiválasztani úgy, hogy semelyik kettő ne legyen relatív prím? (10 pont)
6. Egy lottó játékban n számból k -t húznak ki. Legkevesebb hány szelvényel biztosítható az, hogy legyen köztük legalább egy, ami *legalább* r találatos? Ezt a problémát így jelöljük: $n | k | r$. Adjuk meg az alábbi problémák megoldását:
- a) $40 | 37 | 37$, b) $40 | 37 | 33$, c) $40 | 37 | 35$. (10 pont)

Beadási határidő: 2019. március 11. (hétfő) 12:00

Kérjük, hogy minden feladatot külön lapra írjanak, nevet, Neptun kódot, kart írjanak mindegyik, lapra, de *elektronikusan beküldött* megoldásokat NEM fogadunk el!

A feladatok megoldásait 2019. márciusában beszéljük meg a Matematika Tanszék könyvtárában (I. ép. 314.)