



Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2018/19  
2. forduló

1. a) Adja meg az  $f(x) = \left| |x - 3| - 4 \right| - 5$  függvény értékkészletét, zérus- és szélsőérték-helyeit.  
b) Tetszőleges  $c \in \mathbb{R}$  valós szám esetén adja meg az  $f(x) = c$  egyenlet megoldásainak számát és a gyököket.

(10 pont)

2. Számítsa ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{t}{n}} \right)$  határértékeket, ahol  $t \in \mathbb{R}$  tetszőleges paraméter.

(10 pont)

3. Legyenek  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m \in \mathbb{R}^n$  lineárisan független vektorok. Mutassa meg, hogy ekkor az

$$\mathbf{u}_k := \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i \quad (k = 1, \dots, m)$$

vektorok is lineárisan függetlenek.

(10 pont)

4. a) Mutassa meg, hogy az alábbi egyenletrendszernek nincs megoldása:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{5}{z} + \frac{5}{s} &= 3 \\ \frac{1}{y} + \frac{2}{z} + \frac{1}{s} &= 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{z} + \frac{10}{s} &= 5 \end{aligned}$$

- b) Módosítsa az utolsó egyenlet jobb oldalát úgy, hogy az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása legyen, és adjon meg legalább kettő megoldást.

(10 pont)

5. a) Számítsa ki a

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 10 & 11 & 7 & 12 & 14 & 4 & 16 & 9 & 17 & 18 & 8 & 19 & 13 & 20 & 6 & 15 \end{pmatrix}$$

permutáció rendjét, azaz a legkisebb pozitív  $k$  egész számot, amelyre  $\sigma^k = \text{id}$  !

b) Keressen  $S_{100}$  -ban minél nagyobb rendű elemeket!

(10 pont)

6. Tetszőleges adott  $\alpha, \beta, \gamma \in S_n$  permutációk esetén keresse meg azt a  $\tau \in S_n$  permutációt, amelyre

$$\alpha^3 \circ (\beta^2 \circ \tau \circ \gamma^{-1}) \circ \alpha^{-2} = \text{id} .$$

(10 pont)

**Beadási határidő: 2018. november 19. (hétfő), 12:00**

A feladatok megoldásait 2018. november 26-án (hétfő) 18:00 órakor beszéljük meg a Matematika Tanszék könyvtárában (I. ép. 314.)

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!