



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2018/19
1. forduló

1. Teljes indukcióval mutassuk meg, hogy tetszőleges $n \in \mathbb{N}$ természetes számra teljesül:

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30} .$$

(10 pont)

2. Adjuk meg az $f(x) = \frac{2}{3 - \sqrt{x-2}}$ és $g(x) = \frac{2}{3 + \sqrt{x-2}}$ függvények inverzeit! (10 pont)

3. Éppen az $A(520; 730; 10)$ (km) pontban repülünk $w_A(78; -85; 5)$ (km/ó) irányban, amikor megpillantunk egy ellenséges gépet a $B(550; 715; 11.5)$ (km) pontban, sebességvektora $w_B(-85; -96; -1)$ (km/ó).

- a) Mekkora a saját és a másik repülőgép sebessége, mekkora a két gép pillanatnyi távolsága?
- b) Eltalálja-e egy egyenes vonalban kilőtt rakétánk az ellenséges gépet¹⁾ ?
- c) Ha igen, akkor mekkora kezdősebességgel (hozzánk viszonyítva!) kell a rakétát elindítanunk?

(10 pont)

4. A napelem dőlésszöge (*tilt*) $\tau = 50^\circ$, iránya Déltől Nyugat felé $\delta = 15^\circ$. Az *altitude* (napmagasság a horizonttól számítva) $\alpha = 43^\circ$, az *azimutszög* (a Nap Déltől való eltérése Nyugat felé) $\sigma = 28^\circ$.

- a) Írjuk fel a napelem síkjának normálvektorát.
- b) Mekkora a napsugaraknak a napelemmel bezárt szöge (β) ?
- c) A napsugarak intenzitásának hány százaléka éri a napelemet? ($\sin(\beta)$)

(10 pont)

5. Mutassuk meg, hogy tetszőleges X, Y, Z halmazokra igaz:

$$(X \cup Y) \cap (Y \cup Z) \cap (Z \cup X) = (X \cap Y) \cup (Y \cap Z) \cup (Z \cap X) .$$

(10 pont)

¹⁾ Ha a rakéta 10m -nél közelebb ér a géphez, akkor már képes megsemmisíteni.

6. a) Hányféleképpen lehet zárójelezni az $X_1 \setminus X_2 \setminus X_3 \setminus X_4$ kifejezést (\setminus a halmazkivonás)?
b) Rajzoljunk fel négy általános helyzetű halmazt²⁾ és színezzük be mindegyik zárójelezés végeredményét!

(10 pont)

Beadási határidő: 2018. október 08. (hétfő), 12:00

A feladatok megoldásait 2018. október 15-én (hétfő) 18:00 órakor beszéljük meg a Matematika Tanszék könyvtárában (I. ép. 314.)

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!

²⁾ lásd **Szalkai István**: *Diszkrét Matematika és Algoritmuselemélet alapjai*, vagy
[HTTP://HU.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/VENN-DIAGRAM](http://hu.wikipedia.org/wiki/Venn-Diagram)