



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2017/18
2. forduló

1. Számítsa ki a következő sorozat határértékét:

$$\cos\left(2\pi\sqrt{n(n+1)}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) .$$

(10 pont)

2. Számítsa ki a következő függvényhatárértéket:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{1}{\sin \frac{1}{x}} \lg \frac{1}{x}} .$$

(10 pont)

3. Igazolja az alábbiakat:

a) Ha A és B azonos méretű négyzetes mátrixok és az $A \cdot B$ mátrix invertálható, akkor A és B is invertálható. Adja meg az A^{-1} és B^{-1} inverz mátrixokat, ha az $A \cdot B$ szorzat inverze az X mátrix!

b) Ha az A négyzetes mátrix invertálható, akkor A^k is invertálható és $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$ ahol k pozitív egész.

(10 pont)

4. Legyenek a, b, c tetszőleges valós számok. A determináns kifejtése nélkül mutassa meg, hogy

$$\det \begin{bmatrix} b+c & a+c & a+b \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0 .$$

(10 pont)

5. Legyen $A = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}\}$ (vagyis $\text{Dom}(f) = \mathbb{N}$) és $f, g \in A$ esetén legyen $f \triangleleft g$ ha valamely $n_0 \in \mathbb{N}$ küszöbtől kezdve $f(n) \leq g(n)$. Mutassa meg, hogy a \triangleleft reláció részbenrendezés. Rendezés-e \triangleleft ? Igaz-e, hogy bármely $f, g \in A$ kompatibilis alulról vagy felülről \triangleleft szerint (vagyis: $(\forall f, g \in A) (\exists h, k \in A) (h \triangleleft f \wedge h \triangleleft g)$ illetve $(f \triangleleft k \wedge g \triangleleft k)$).

(10 pont)

6. A nyomozók a következőket derítették ki:

- a) Ha Fritz fülest kapott, Ulrich pedig japánul beszélt, akkor Éva sétálni ment.
- b) Ha Ulrich tolmács nélkül beszélgetett a házmesterrel, akkor Fritz semmiről sem tudott, és Álmos többet ivott a kelleténél.
- c) Álmos kizárólagosan akkor józan, ha Éva levegőzik.

Következik-e ezekből, hogy ha Ulrichot senki sem érti, akkor Álmos egy cseppet sem ivott?

(10 pont)

Beadási határidő: 2017. november 27.(hétfő), 12:00

A feladatok megoldásait november 30. (csütörtök) 18:30-kor beszéljük meg a Matematika Tanszék könyvtárában (I. ép. 314.)

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!