



**Pannon Egyetem**  
**Műszaki Informatikai Kar**  
**Matematika Tanszék**

**Matematikai feladatmegoldó verseny 2014/15.**  
**4. forduló**

1. Mutassa meg, hogy az

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

improprius integrál konvergens!

(10 pont)

2. Mutassa meg, hogy az

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2} dx$$

improprius integrál divergens!

(10 pont)

3. Konvergens-e az

$$\int_0^{\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) dx$$

improprius integrál?

(10 pont)

4. a) Legyen  $G$  egy csoport és  $a, b, c \in G$  tetszőleges, adott elemek. Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$a \circ x \circ b = c .$$

(3 pont)

- b) Keressen olyan  $M$  mátrixot, amelyre

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot M \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} .$$

(3 pont)

- c) Adja meg azt az  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  függvényt, amelyre

$$e^{f(\frac{1}{x})} - 1 = \sqrt{x}$$

minden  $x \in \mathbb{R}^+$  esetén teljesül!

(4 pont)

5. Öt oroszlán és hat tigris áll sorban a kifutó és az aréna közötti rácsos alagútban.
- Hányféleképpen állhatnak sorba, ha az idomár mindegyikőjüket név szerint ismeri? (2 pont)
  - Bobi bohóc csak annyit ért, hogy "oroszlány" vagy "tigrincs". Ő hányféle sorrendet tud megkülönböztetni? (3 pont)
  - Ha az oroszlánok és a tigrisek csak felváltva állhatnak egymás után, akkor hányféle sorrend lehet az a) illetve a b) esetben? (5 pont)
6. A helyijárat buszjegyet az automata (kb. 15 évvel ezelőtt) az 1,...,9 számokkal jelölt négyzetek közül három kilyukasztásával érvénytelenítette:



- Hányféle lyukasztás lehetséges? (3 pont)
- Ha véletlenül a hátoldalával felfelé tettük az automatába (de a nyílnak megfelelően), akkor még az ellenőr elfogadja a jegyet. Így hányféle kilyukasztott (régi) buszjegyet kell zsebünkben tartanunk blicceléskor, hogy minden buszon legyen nálunk megfelelő? (7 pont)

Beadási határidő: **2015. március 3.**

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!