



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2013/14.
5. forduló

1. Oldja meg az

$$y' = e^{x-y}, \quad y(0) = 1$$

kezdetiérték-feladatot!

(10 pont)

2. Oldja meg az

$$y' = (y - x)^2, \quad y(1) = 3$$

kezdetiérték-feladatot!

(10 pont)

3. A $p \in \mathbb{R}$ paraméter milyen értékei mellett teljesül, hogy az

$$y'' + py' + 2y = 0$$

differenciálegyenlet minden megoldása 0-hoz tart, ha $x \rightarrow \infty$?

(10 pont)

4. Legyen K_5 az 5-pontú teljes egyszerű gráf, és legyen $A = (a_{i,j})$ 5×5 -ös mátrix a G gráf csúcsmátrixa, azaz $a_{i,j} = 1$, ha létezik az i -edik és j -edik csúcs között él, illetve $a_{i,j} = 0$, ha nem létezik.

(a) Mutassa meg, hogy az A^n mátrix diagonális elemei azonosak, és a mátrix diagonálison kívüli elemei is azonosak minden $n \in \mathbb{N}$ -re! Mi a jelentése ezeknek a számoknak? (5 pont)

(b) Jelölje d_n az A^n mátrix diagonálisában szereplő számot és a_n pedig a diagonálison kívüli számot. Mutassa meg, hogy

$$d_{n+1} = 4a_n \quad \text{és} \quad a_{n+1} = d_n + 3a_n$$

teljesül minden $n \in \mathbb{N}$ -re!

(5 pont)

(c) Adja meg d_n és a_n képletét n függvényeként!

(10 pont)

5. Mutassa meg, hogy $n^7 - n$ osztható 42-vel minden $n \in \mathbb{N}$ -re!

(10 pont)

Beadási határidő: **2013. május 13.**

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!