



PANNON EGYETEM

MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR

MATEMATIKA TANSZÉK

MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY – 2011/12.

1. FORDULÓ

1. feladat:

Számítsa ki a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^n$$

határértéket!

10 pont

2. feladat:

Számítsa ki a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{9} - 1}{\sqrt[n]{3} - 1}$$

határértéket!

10 pont

3. feladat:

Legyen adott a térben az alábbi egyenes és sík:

$$e: 2x + 4 = -z, \quad y = 5 \quad S: 2x + y + 3z = 29.$$

a) Vetítsük merőlegesen az e egyenest az S síkra! Adja meg az e' vetület egyenes paraméteres egyenletrendszerét!

b) Adja meg egy olyan S' sík egyenletét, amelynek az S síkkal való metszészvonala az e' egyenes!

10 pont

4. feladat:

Tekintsük az R^5 vektortérben az alábbi altérek:

$$V_1 = \{\lambda_1 \cdot (1, 0, 2, 1, -1) + \lambda_2 \cdot (1, 1, 1, 1, 1) \mid \lambda_1, \lambda_2 \in R\},$$

$$V_2 = \{\lambda_1 \cdot (1, 0, 0, 0, 0) + \lambda_2 \cdot (5, 3, 7, 5, 1) + \lambda_3 \cdot (2, 1, 3, 2, 0) \mid \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R\}.$$

a) Hány dimenziós a $V_1 + V_2$ altér? Adjon meg egy bázist a $V_1 + V_2$ altérben!

b) Igaz-e, hogy $R^5 = V_1 \oplus V_2$? (Indoklás!)

10 pont

5. feladat:

Legyen S az összes olyan véges sorozat halmaza, amely a 0 és 1 elemekből áll. A $\varphi: S \rightarrow S$ leképezést definiáljuk a következő módon: ha $a = a_1 a_2 \dots a_n \in S$ egy n hosszú sorozat, akkor legyen $a\varphi = a'_1 a'_2 \dots a'_n$ az a $2n$ hosszú sorozat, ahol a $0' = 01$ és $1' = 10$ helyettesítési szabályokat alkalmazzuk. Bizonyítsa be, hogy az $a\varphi$ sorozat egyetlen $a \in S$ esetén sem tartalmaz három egyenlő elemet egymás után, továbbá $a\varphi^2$ minden legalább 5 hosszúságú blokkja tartalmaz 00 vagy 11 elemsorozatot!

10 pont

6. feladat:

Oldja meg az S_7 permutációhalmazon az

$$(5\ 1\ 4)^{10} (1\ 2\ 7\ 3)^{11} \sigma^{-1} (6\ 2\ 5\ 1\ 4)^{23} = (1\ 3\ 2\ 6\ 7)^{12}$$

egyenletet σ -ra! A választ adja meg idegen ciklusok szorzataként!

10 pont

Beadási határidő: 2011. november 2.

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!