



# PANNON EGYETEM

## MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR

### MATEMATIKA TANSZÉK

## MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY – 2010/11.

### 5. FORDULÓ

#### 1. feladat:

Adja meg azt az  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelyre  $f(0,1) = 2$ , továbbá minden  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  esetén

$$\partial_1 f(x,y) = 2xy \quad \text{és} \quad \partial_2 f(x,y) = x^2 + 1.$$

10 pont

#### 2. feladat:

Legyen

$$f(x,y) = \frac{3x^2 y}{x^2 + y^2}, \quad \text{ha} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}.$$

Definiálja az  $f(0,0)$  értéket úgy, hogy  $f$  folytonos legyen a  $(0,0)$  pontban!

10 pont

#### 3. feladat:

Számítsa ki az

$$\int_0^1 \left( \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx \right) dy$$

kétszeres integrált!

10 pont

#### 4. feladat:

Legyen  $K_n$  az  $n$ -pontú teljes gráf, azaz olyan  $n$ -pontú egyszerű gráf, amelyben minden él szerepel. Jelölje  $N$  az összes különböző nyílt utak számát  $K_n$ -ben. Adja meg  $N$  képletét! Mutassa meg, hogy  $n! \leq N \leq 3n!$  teljesül!

10 pont

**5. feladat:**

Egy  $G$  egyszerű gráf komplementerén azt a  $\overline{G}$  egyszerű gráfot értjük, amelynek csúcsai megegyeznek  $G$  csúcsaival, és pontosan azon éleket tartalmazza, amelyek  $G$ -ben nem szerepelnek. Mutassa meg, hogy ha  $G$  csúcsainak száma legalább 11, akkor vagy  $G$  vagy  $\overline{G}$  nem síkgráf!

10 pont

**6. feladat:**

Jelölje  $(x, y)$  az  $x$  és  $y$  egész számok legnagyobb közös osztóját. Számítsa ki az  $(ab, p^4)$  és  $(a+b, p^4)$  értékeket, ha  $p$  prím,  $(a, p^2) = p$  és  $(b, p^3) = p^2$  !

10 pont

**Beadási határidő: 2011. május 9. (hétfő)****Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!**