

MA1243d vizsgatematika

Kombinatorika

1. Kombinatorikai alapfeladatok: ismétléses és ismétlés nélküli permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális- és polinomiális- (multinomiális) együtthatók definíciója és tulajdonságai, Pascal-háromszög. Stirling formula. Binomiális- és polinomiális tételek, Newton deriválási tétele.
2. Logikai szitaformula és alakjai (különböző mértékek esetén), bizonyítása. Alkalmazások: elcserélt levelek (derangements), szűrjektív leképezések száma, korlátos lin. Diophantikus egyenletek, Euler-féle φ függvény kiszámítása.
3. Rekurzív összefüggések: nevezetes példák (Fibonacci, Hanoi, sík felosztása egyenesekkel). Általános fogalmak. Kapcsolat a lineáris homogén és inhomogén egyenletek megoldásai között. Magasabbrendű állandó együtthatós lin. hom. egyenletek általános megoldása (karakterisztikus egyenlet), a másodrendű eset részletesen. Többdimenziós egyenletek (egyenletrendszerek) állandó együtthatójú lineáris homogén esetben (sajátértékek és s.-vektorok segítségével).
4. Generátorfüggvény módszer: definíció, mértani sor, speciális esetek. Összefüggés a rac. törtfv.-ek és áll. együtth. lineáris hom. rekurziók között. Nemlineáris rekurziók: Catalan számok, Hanoi tornyai, pénzváltási probléma. Extremális halmazrendszerek (általános probléma, Sperner I. és II., Erdős-Ko-Rado és Gallai T. tételei).

Gráfelmélet

5. Irányított és irányítás nélküli gráfok, hipergráfok, alapfogalmak: egyszerű gráfok, utak, kör, fokszáma, részgráfok fajtái. Kézfogási tétel és következményei. Összefüggőség, komponensek, "tintacsöppentős algoritmus" és sebessége. Euler- utak és körök, Euler tételei és algoritmusa.
6. Hamilton- utak és körök, a triviális algoritmus sebessége. NP-teljes problémák. Elvágó pontrendszerek. Ore, Dirac Gábor, Pósa Lajos és Erdős Pál tételei.
7. Gráfok mátrixai, elemi összefüggések. Tétel az adjacencia mátrix hatványáról. Útkereső algoritmusok, Dijkstra algoritmusa.
8. Fák és jellemzésük, összefoglaló tétel. Feszítőfák, Kruskal és Prim algoritmusai, gyorsítás mátrixszal, alkalmazás.
9. Gráfok izomorfizmusa, a triviális algoritmus sebessége. Invariáns tulajdonságok. Babai-Reed algoritmus fák izomorfijának eldöntésére.
10. Síkgráf, síktérkép, Kuratowski tétele, pontdiszjunkt utakkal is. Euler I. és II. poliédertételei és következményei. Fullerének. Más felületekre rajzolható gráfok.
11. Páros (kétpólusú) gráfok, König tétele. Független él- és lefogó pontrendszerek, teljes párosítás, König-Hall tétel. Gráfok színezései, kromatikus szám, elemi állítások (pl. $\chi=1$, $\chi=2$, kapcsolata részgráfokkal). NP-teljes problémák. Brooks tétele, Öt- és Négy- szín tételek.

Számelmélet

12. Oszthatóság, prímszámok, elemi állítások. Algoritmikus (számítógépes) problémák. Számelmélet Alaptétele és következményei. Lnko, lkkt, relatív prímekek, Boole-algebrák. Prímszámok száma és eloszlása (Nagy Prímszámtétel).
13. Maradékösztás, Euklideszi algoritmus, lineáris Diofantoszi egyenletek, kongruencia-egyenletek és egyenletrendszerek (Kínai maradéktétel). Polinomosztás, az Algebra Alaptétele.
14. Számelméleti kongruenciák és tulajdonságaik. Teljes- és redukált maradékrendszerek, Euler φ függvénye. Lagrange-, Euler- és Fermat tételei. Nagy kitevőjű hatványok (mod m). Titkosírás nyilvános kulccsal (RSA).