Mátrixok fejlődése és alkalmazásai

Készítette: BUGYÁKI DÁVID

TARTALOM

- MÁTRIX TÖRTÉNETE
- MÁTRIX MŰVELETEK
- MÁTRIXOK ALKALMAZÁSAI

BABILÓNIA

- Kr. e. 4. századtól
- Van két szántóföld, melyeknek a teljes területe 1800 négyzetméter. Az egyik 2/3 véka gabonát termel négyzetméterenként, míg a másik 1/2 véka gabonát termel négyzetméterenként. Ha az összes termelés 1100 véka, mekkorák a termőföldek?



KÍNA

- Kr. e. 200
- A matematika művészetének 9 fejezete
- Hasonló probléma a babilonihoz
- Van három féle gabona, melyekből 3 köteg az elsőből, 2 a másodikból, és 1 a harmadikból 39 egységet ad. 2 az elsőből, 3 a másodikból, és 1 a harmadikból 34 egységet ad. És 1 az elsőből, 2 a másodikból és 3 a harmadikból 26 egységet ad. Hány egység gabonát tartalmaz 1-1 köteg a különböző gabonákból?



MEGOLDÁSA

- 3 lineáris egyenlet:
- 1 2 3
  2 3 2
  3 1 1
  26 34 39
- Szorozzuk meg a középső oszlopot 3-mal, majd vonjuk ki a jobboldalit annyiszor, ahányszor tudjuk
- Ugyan így vonjuk ki a jobb oldali oszlopot ahányszor tudjuk, a bal oldali oszlopból
- 0 0 3
  4 5 2
  8 1 1
  39 24 39
- Következőnek a baloldali oszlopot megszorozzuk 5-tel, majd vonjuk ki belőle a középső oszlopot, ahányszor tudjuk
- Ezekből megkapjuk a megoldást a harmadik típusú gabonára, majd a másodikra, majd az elsőre visszahelyettesítés alapján
- 0 0 3
  0 5 2
  36 1 1
  99 24 39

Ezt a megoldást ma Gauss eliminációként ismerjük, ami a 19. század elején vált népszerűvé

MÁTRIXMŰVELETEK

- DETERMINÁNS
- TRANSZPONÁLÁS
- ÖSSZEADÁS
- SZORZÁS

DETERMINÁNS

- Négyzetes mátrix elemei alapján
- Skalár érték

$$det\mathbf{A} = det\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

$$det\mathbf{B} = det\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$1 \cdot () - 2 \cdot () + 3 \cdot () =$$

$$det\mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{21} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} =$$

$$= a_{11}A_{11} + a_{12}A_{23} + a_{13}A_{13}$$

DETERMINÁNS

- 1545 - Girolamo **Cardano**[1]
  - 2x2 rendszerek megoldása
- 1683 - Takakazu Shinsuke **Seki**[2]
  - 5x5 mátrix determinánsának kiszámolása

[1] Olasz doktor és matematikus, 1501-1576. Ars Magna munkájáról ismert, ami az első latin nyelvű tanulmány az algebráról. Harmad- és negyedfokú egyenletek megoldására adott módszert.
[2] Japán matematikus, 1642-1708. Elsőként tanulmányozta a determinánsokat. Már Jacob Bernuilli előtt felfedezte a Bernuilli számokat.

DETERMINÁNS

- 1693 - Gottfried Wilhelm von **Leibniz**[3]
  - Levél l'Hospital-nak
  - $10+11x+12y=0$
    $20+21x+22y=0$
    $30+31x+32y=0$
  - $10.21.32 + 11.22.30 + 12.20.31 = 10.22.31 + 11.20.32 + 12.21.30$

- 1750 - Gabriel **Cramer**[4]
  - n x n

[3] Német matematikus, 1646-1716. Differenciál- és integrálszámításai a mai napig fontosak. A számológép elődjének feltalálója.
[4] Svájci matematikus, 1704-1752. Analízissel és determinánsokkal foglalkozott. Főleg az egyenletrendszerek megoldására írt képletéről ismert.

DETERMINÁNS

- 1801 - Johann Carl Friedrich **Gauss**[5]
  - Determináns, mint szó
  - Szorzás, inverz
  - Gauss elimináció

[5] Német matematikus és fizikus, 1777-1855. Számelmélet, analízis, differenciálgeometria, földméréstan, mágneses erő, csillagászat és fénytan területek végzett munkája nagy hatással van számtalan területre.

TRANSZPONÁLÁS

- Sorok és oszlopok felcserélése
- Jelölése: A^T

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \\ 6 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 9 & 0 \\ 3 & 7 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

ÖSSZEADÁS

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 3+0 & 2+5 \\ 1+7 & 0+5 & 0+0 \\ 1+2 & 2+1 & 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 8 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

SZORZÁS

SKALÁRRAL

$$3 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

MÁTRIX MÁTRIXSZAL

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

KOMPLEX SZÁMOK

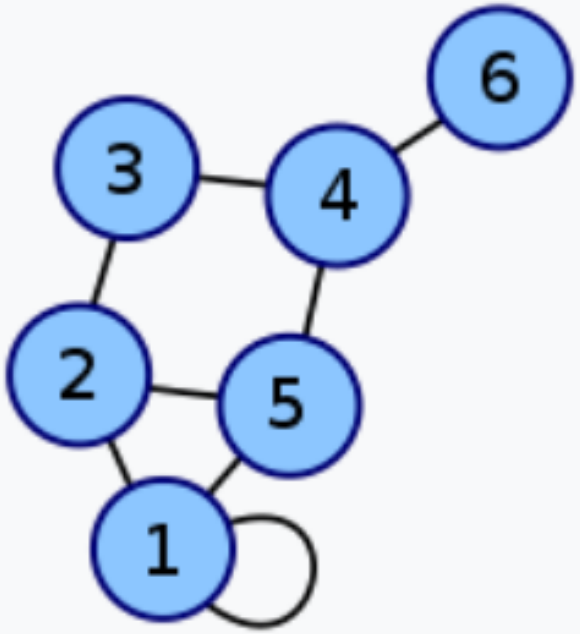
ÁLTALÁNOS ALAK

$a + ib$

MÁTRIX ALAK

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

GRÁFOK

Címkézett gráf	Szomszédsági mátrix
	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

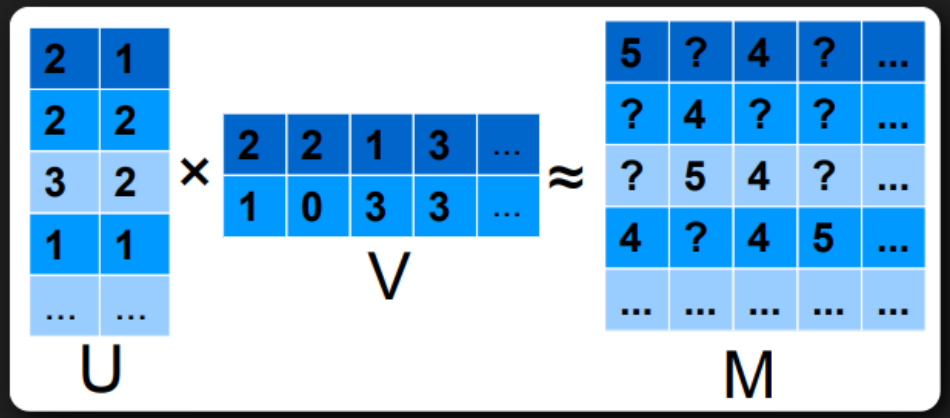
AJÁNLÓRENDSZEREK

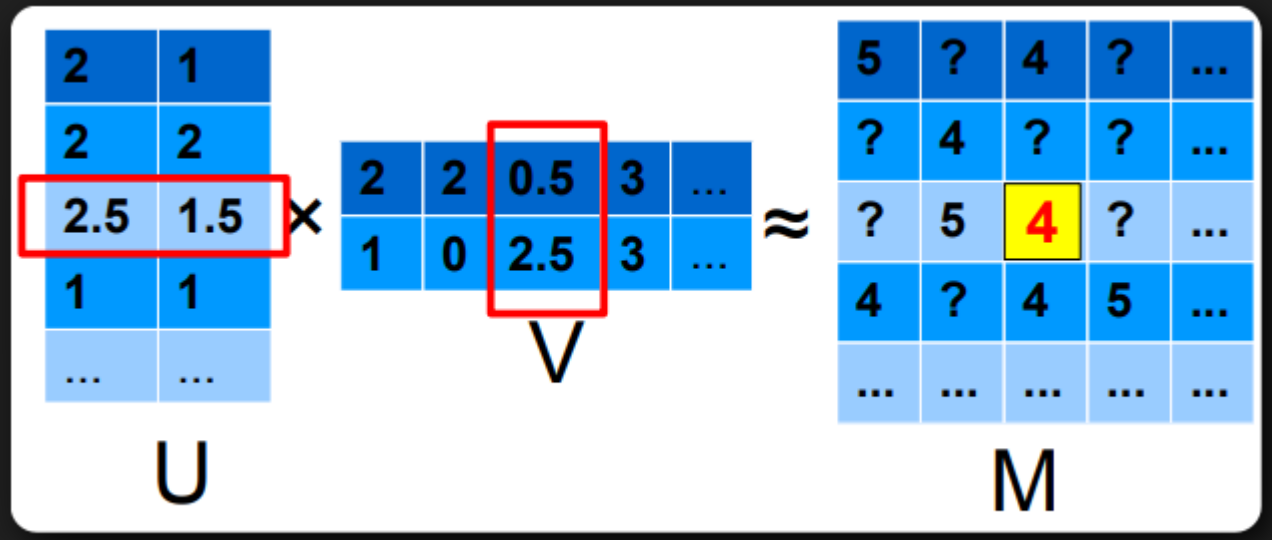
FILMEK ÉS EMBEREK KAPCSOLATA



MÁTRIXFAKTORIZÁCIÓ

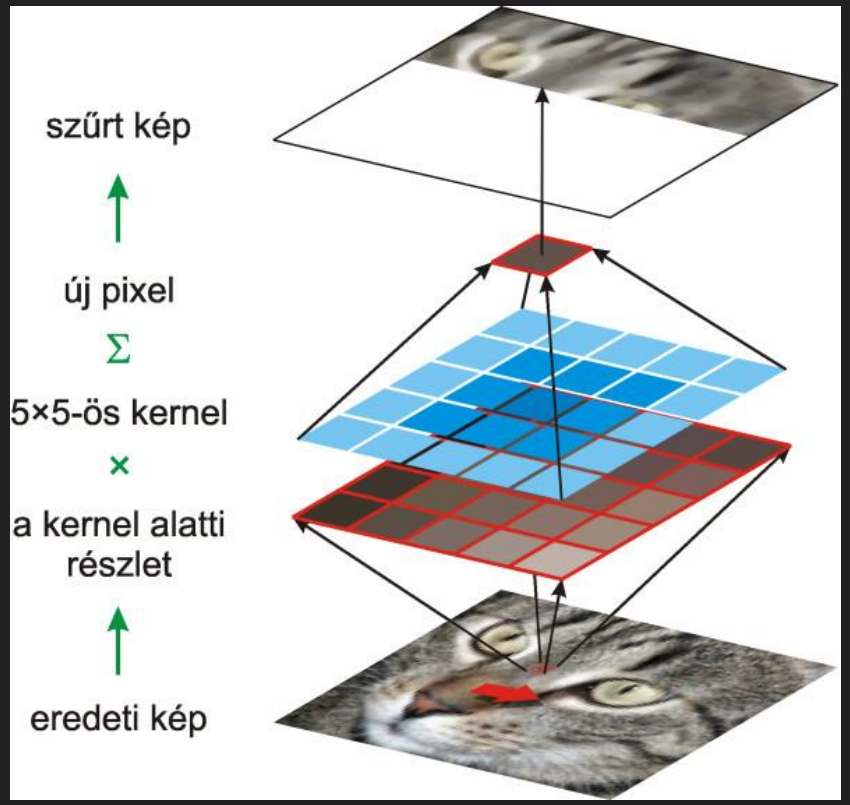
- Ajánlórendszerek alapja
- Feltételezzük az elemek közötti kapcsolatot

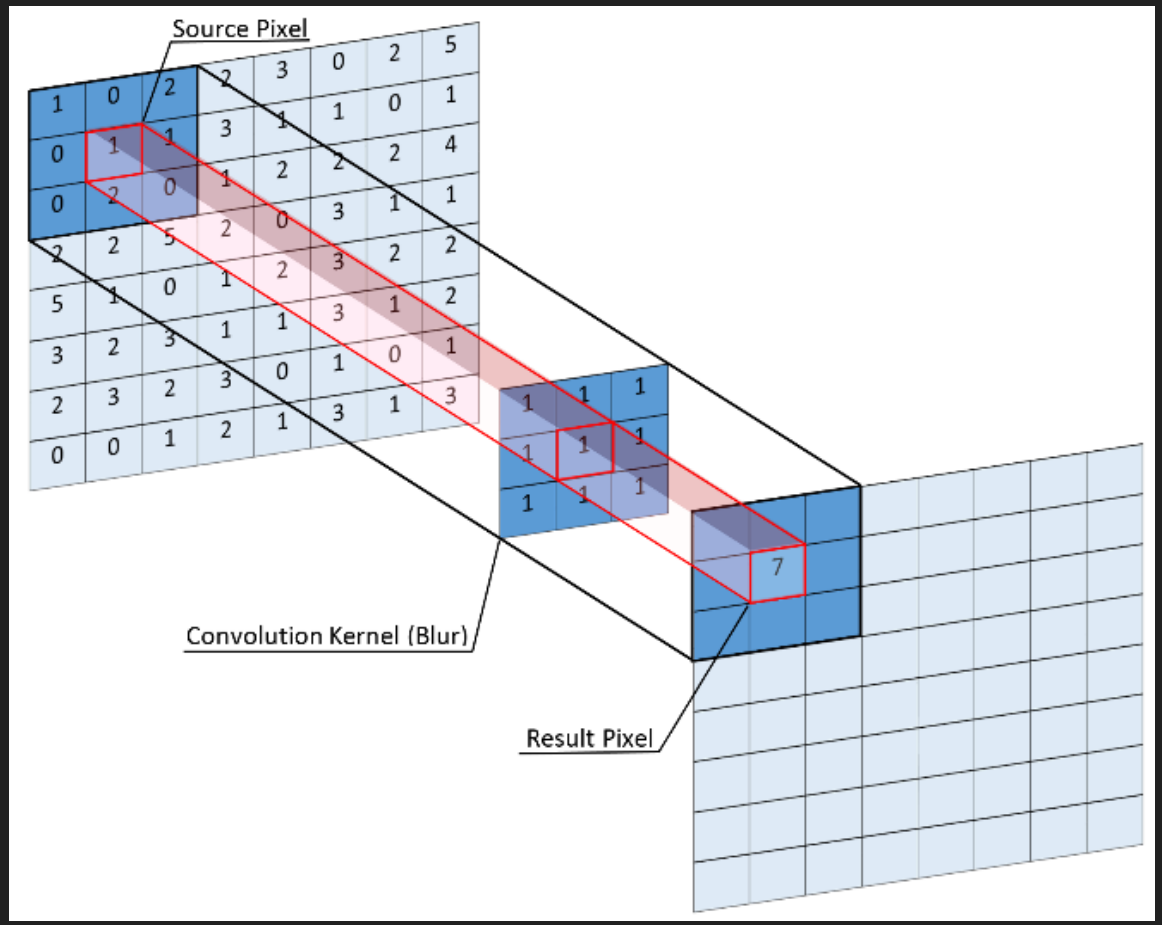




KÉPFELDOLGOZÁS

Konvolúciós mátrix





FORRÁSOK

- Matrices and determinants (February 1996), J. J. O'Connor and E. F. Robertson
- A biostatisztika matematikai alapjai (2011), Sándor János
- IMPLICIT VISSZACSATOLÁSON ALAPULÓ KOLLABORATÍV SZŰRŐS AJÁNLÓRENDSZER MÉLY NEURÁLIS HÁLÓVAL (2019), Kiss Richárd, Pogány Domonkos, Sándor Dániel
- Mátrixfaktorizáció, Buza Krisztián
- GIMP-trükkök XII. – Saját szűrők (2009), Sümegi András

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!