Liouville élete és munkássága



Élete

- Liouville École Polytechnique-ben végezte tanulmányait (1827).
- Számos intézményben asszisztált, beleértve az École Centrale Paris-t.
- **1838**-ban kinevezték az École Polytechnique professzorává.
- **1850**-ben a Collège de France-nál a matematika tanszéken tanított
- **1851**-ben külföldi taggá választották a Royal Swedish Academy of Sciences-ben.
- Faculté des Sciences p 1857.

Szervezetek

- Nem csak akadémikusként tevékenykedett, nagyon tehetséges volt szervezeti ügyek kezelésében is.
- Liouville megalapította a Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, ami egy mai napig nagy presztízzsel bíró szervezet. Matematikusok munkájának támogatására szolgál ez a szervezet.
- Ő volt az első aki elolvasta és felismerte Évariste Galois munkásságát, ami 1846-ban meg is jelent a folyóiratában.

Politika

- Liouville egy ideig a politikában is kipróbálta magát és az alkotmányozó gyűlés tagja is lett 1848-ban. Viszont 1849-ben az elnökválasztásokon elszenvedett veresége után abba hagyta a politizálást.

Tudományos háttér

- Liouville több ágával is foglalkozott a matematikának. Ezek közé tartozott a számelmélet, komplex analízis, Differenciálgeometria és topológia, matematikai fizikával és még asztronómiával is. Több tétele miatt lett híres.

Louiville tételek

- **Számelméletben**, ő volt az első aki bebizonyította a Transzcendens számok létezését egy konstrukción keresztül, ahol lánctörteket használt. (Liouville számok).
- **Matematikai fizikában**, Liouvillenek kettő alapvető hozzájárulása volt: a Sturm–Liouville elmélet, ami közös munka volt Charles François Sturm-al és, ami most az alapvető eljárás bizonyos integrál számításoknál ami később a sajátfüggvényekké fejlődött.

Louiville tételek

Komplex analízis

- Ha u a teljes $\mathbf{R}^n$-en harmonikus függvény, és alulról vagy felülről korlátos, akkor konstans.
- Hasonló teljesül holomorf függvényekre. Edward Nelson egyszerű bizonyítást adott a középértéktétel felhasználásával, egymást átfedő golyók segítségével. Mivel akármennyire átfedhetnek, középértékeik is akármilyen közel eshetnek egymáshoz, így ha u alulról vagy felülről korlátos, akkor a függvény értéke mindenütt ugyanannyi.

Louiville tételek

Elméleti mechanika

Tegyük fel, hogy egy f szabadsági fokú mechanikai rendszer jellemezhető a $H(q1, \ldots qf, p1, \ldots pf, t)$ Hamiltonfüggvénnyel! Jelöljünk ki a fázistérben egy tetszőleges $2f$-dimenziós tartományt! A tartományt alkotó pontok mindegyike a vizsgált mechanikai rendszer egy-egy pillanatnyi állapotának felelnek meg. A rendszer mozgása a megfelelő pont fázistérbeli mozgásának felel meg. A vizsgált tartományt alkotó pontok tehát mozognak a fázistérben, így a belőlük álló tartomány is mozog és változtatja alakját. Liouville tétele azt állítja, hogy eközben a kérdéses tartomány $2f$-dimenziós térfogata (a „fázistérfogat”) állandó.

Liouville tétele

- Bizonyos függvények primitív függvénye nem írható fel képlettel.

$$\int e^{x^2}\,dx\ , \quad \int e^{ax^n}\,dx \quad \text{és} \quad \int \frac{e^{ax}}{x}\,dx \quad (a \neq 0,\ n \in \mathbb{N},\ n > 1),$$

$$\int e^{-x^2}\,dx\ , \quad \int \frac{e^x}{x}\,dx\ , \quad \int \sin\left(x^2\right)\,dx\ , \quad \int \cos\left(x^2\right)\,dx\ ,$$

$$\int \sqrt{1 - k \cdot \sin^2(x)}\,dx \quad (k \neq 1) \quad \textit{függvények.}$$

Hatása

1. TÉTEL (LIOUVILLE). *Legyen $f(x)$ és $g(x) \neq c$ (konstans) a valós x változó valós vagy komplex értékű racionális függvénye. Akkor, ha az $\int fe^g$ határozatlan integrál elemi, szükségképpen van olyan racionális $R(x)$ függvény, amely kielégíti az*

$$\int f(x)e^{g(x)}dx = R(x)e^{g(x)} + c \tag{1}$$

I. Tételből egy kritériumot kreál fe^g véges alakban való integrálhatóságára egy egyszerű differenciálegyenlet formájában. Ritt gondolata a következő. Ha az (1) azonosságot differenciáljuk, azt kapjuk, hogy $fe^g = R'e^g + Re^g g'$, amit aztán az e^g-vel való osztás után az egyszerűsített

$$R' + g'R = f \tag{2}$$

formában írhatunk. Ez az egyenlet természetszerűen tereli a figyelmet az általánosabb elsőrendű inhomogén lineáris differenciálegyenlet,

$$y' + g'y = f \tag{3},$$

Források

- http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Liouville.html
- https://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_Liouville
- https://csaszaranna.hu/wp-content/uploads/2019/10/Liouville_2019osz.pdf
- https://hu.wikipedia.org/wiki/Harmonikus_f%C3%BCggv%C3%A9ny#Liouville_t%C3%A9tele