Néhány matematikai jelölés eredete

Horváth András Kelemen
2020.06.

A kezdetek kezdete

Mezopotámiában, Uruk egyik templomának az i.e. 4. évezredből eredő agyagtábláin már találkozunk pontos mennyiségekkel, azaz számokkal.

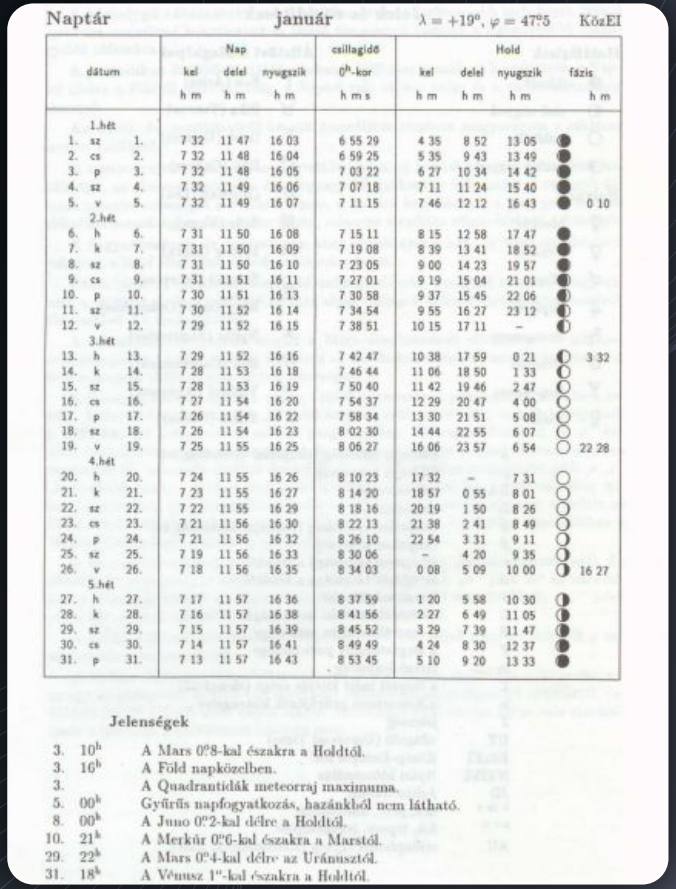
A számok önmagukban egyszerű jószágok, pláne, hogy részint éppen jószágok – például szarvasmarhák – számontartását szolgálták. Egyesével számlálni, ez igazán nem nagy teljesítmény, gondolhatnánk. Pedig éppen ez a matematika égbe nyúló építményének alapköve.

Ehhez fel kellett fedezni/ki kellett találni a számokat, mint egymástól elkülönülő „entitásokat”.



Elképzelhető, hogy mint minden újítás, a számok ötlete is egy – vagy több – zseniális agyból pattant ki. Rájöhettek, hogy ily módon „számon” lehet tartani olyan dolgokat, amilyeneket addig nem: ki mivel tartozik; ki hány tehenet adott, és ezért hány zsák búza illeti meg.

Ebből aztán kialakultak a kereskedést segítő elszámolások (ilyen látható az uruki táblákon), illetve az első csillagászati naptárak is.



Naptár — január — $\lambda = +19^{o}$, $\varphi = 47^{o}5$ KözEI

dátum			Nap kel (h m)	Nap delel (h m)	Nap nyugszik (h m)	csillagidő 0^{h}-kor (h m s)	Hold kel (h m)	Hold delel (h m)	Hold nyugszik (h m)	Hold fázis (h m)
1.hét										
1.	sz	1.	7 32	11 47	16 03	6 55 29	4 35	8 52	13 05	
2.	cs	2.	7 32	11 48	16 04	6 59 25	5 35	9 43	13 49	
3.	p	3.	7 32	11 48	16 05	7 03 22	6 27	10 34	14 42	
4.	sz	4.	7 32	11 49	16 06	7 07 18	7 11	11 24	15 40	
5.	v	5.	7 32	11 49	16 07	7 11 15	7 46	12 12	16 43	0 10
2.hét										
6.	h	6.	7 31	11 50	16 08	7 15 11	8 15	12 58	17 47	
7.	k	7.	7 31	11 50	16 09	7 19 08	8 39	13 41	18 52	
8.	sz	8.	7 31	11 50	16 10	7 23 05	9 00	14 23	19 57	
9.	cs	9.	7 31	11 51	16 11	7 27 01	9 19	15 04	21 01	
10.	p	10.	7 30	11 51	16 13	7 30 58	9 37	15 45	22 06	
11.	sz	11.	7 30	11 52	16 14	7 34 54	9 55	16 27	23 12	
12.	v	12.	7 29	11 52	16 15	7 38 51	10 15	17 11	–	
3.hét										
13.	h	13.	7 29	11 52	16 16	7 42 47	10 38	17 59	0 21	3 32
14.	k	14.	7 28	11 53	16 18	7 46 44	11 06	18 50	1 33	
15.	sz	15.	7 28	11 53	16 19	7 50 40	11 42	19 46	2 47	
16.	cs	16.	7 27	11 54	16 20	7 54 37	12 29	20 47	4 00	
17.	p	17.	7 26	11 54	16 22	7 58 34	13 30	21 51	5 08	
18.	sz	18.	7 26	11 54	16 23	8 02 30	14 44	22 55	6 07	
19.	v	19.	7 25	11 55	16 25	8 06 27	16 06	23 57	6 54	22 28
4.hét										
20.	h	20.	7 24	11 55	16 26	8 10 23	17 32	–	7 31	
21.	k	21.	7 23	11 55	16 27	8 14 20	18 57	0 55	8 01	
22.	sz	22.	7 22	11 55	16 29	8 18 16	20 19	1 50	8 26	
23.	cs	23.	7 21	11 56	16 30	8 22 13	21 38	2 41	8 49	
24.	p	24.	7 21	11 56	16 32	8 26 10	22 54	3 31	9 11	
25.	sz	25.	7 19	11 56	16 33	8 30 06	–	4 20	9 35	
26.	v	26.	7 18	11 56	16 35	8 34 03	0 08	5 09	10 00	16 27
5.hét										
27.	h	27.	7 17	11 57	16 36	8 37 59	1 20	5 58	10 30	
28.	k	28.	7 16	11 57	16 38	8 41 56	2 27	6 49	11 05	
29.	sz	29.	7 15	11 57	16 39	8 45 52	3 29	7 39	11 47	
30.	cs	30.	7 14	11 57	16 41	8 49 49	4 24	8 30	12 37	
31.	p	31.	7 13	11 57	16 43	8 53 45	5 10	9 20	13 33	

Jelenségek

3. 10^{h} A Mars $0^{o}8$-kal északra a Holdtól.
3. 16^{h} A Föld napközelben.
3. A Quadrantidák meteorraj maximuma.
5. 00^{h} Gyűrűs napfogyatkozás, hazánkból nem látható.
8. 00^{h} A Juno $0^{o}2$-kal délre a Holdtól.
10. 21^{h} A Merkúr $0^{o}6$-kal északra a Marstól.
29. 22^{h} A Mars $0^{o}4$-kal délre az Uránusztól.
31. 18^{h} A Vénusz 1^{o}-kal északra a Holdtól.

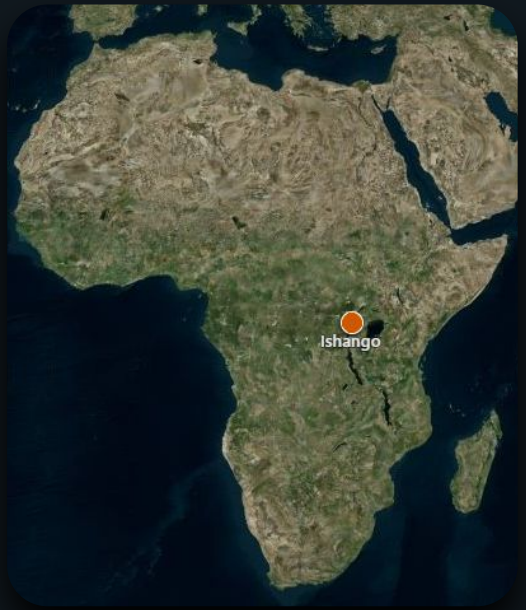
Az alapok

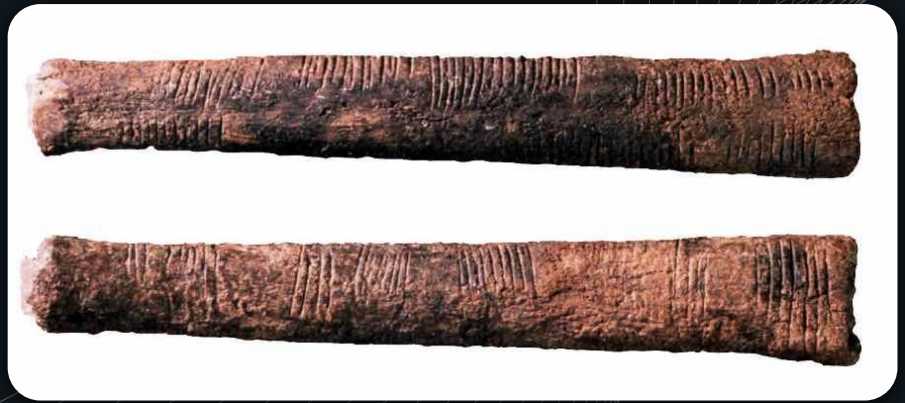
Úgy tűnhet, hogy a számok – és a számokon alapuló kultúra – mintha egyfajta emberi *creatio ex nihilo* (semmiből való teremtés) révén állt volna elő. Az ilyen történetek egyetlen mozzanatba sűrítik bele azt, ami akár évezredek fejlődésének eredménye. Még ha igaz is, hogy a számokat egyszer csak kitalálták, ez a pillanat már csak egy végpontja volt a mennyiségekkel kapcsolatos tapasztalatok rendkívül hosszú időn és számtalan nemzedéken át történt felhalmozódásának. Az is lehet, hogy a számfogalom több helyen is megjelent; s hogy ez mikor történt először, erre igen nehéz pontos választ kapni.

1960-ban **Jean de Heinzelin de Braucourt** talált Ishango-nál két, 10 centiméter körüli, enyhén ívelt pávián csontot, amiknek a végeibe kvarcdarabokat illesztettek. Ezeken a csontokon rovátkák voltak, amik valószínűleg valamiféle számítások lehettek. Vizsgálatok szerint több, mint 20.000 évesek.



(feljavított kép)





Ishango csontok

Műveletek

Összeadás (+)

Valószínűleg **Nicole Oresme** (1323-1382, francia filozófus és matematikus) használta ezt a jelet először. A latin *et* (és) szóból származhat, az *Algorismus proportionum* című művéből, ami 1356 és 1361 körül készült.

Giel Vander Hoecke (holland matematikus) használta először nyomtatásban műveletként a + és a - jeleket az 1514-ben Antwerpenben kiadott *Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica* című művében. Ő volt az első, aki algebrai kifejezések leírásához is használta a + és a - jeleket.



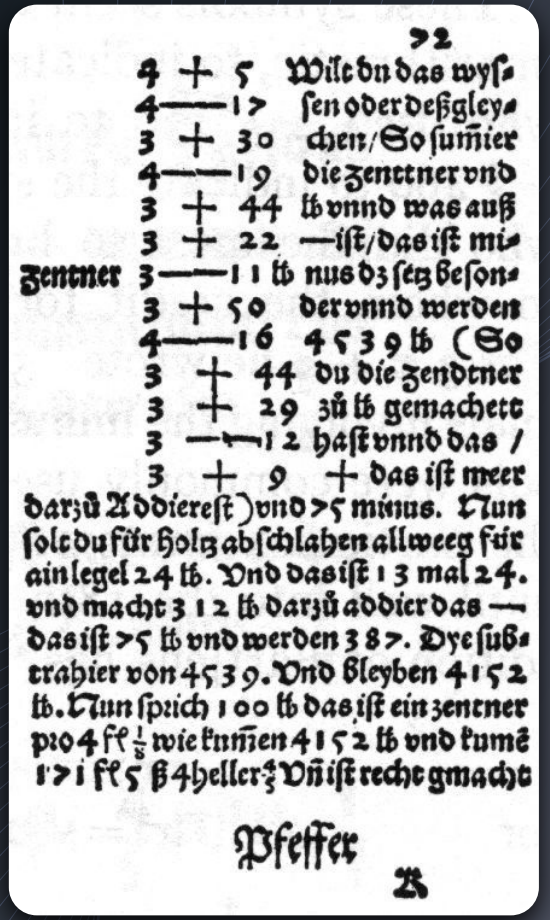
Nicole Oresme

Kivonás (-)

A + és a - jelek nyomtatásban először **Johannes Widmann** (1460 – 1498, német matemaikus) *Mercantile Arithmetic or Behende und hüpsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft* című 1489-ben Lipcsében kiadott könyvében jelentek meg, ami elsősorban üzleti ügyeket tárgyalt.

Nem összeadást, vagy kivonást használtak, hanem a **többlet** és a **hiány** szavakat.

A + és a - jeleket hordókra is festették, azt jelölték, hogy tele van-e, vagy üres.



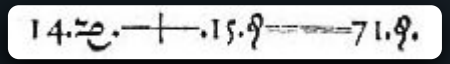
Angliában a plusz és mínusz jeleket általánosan **Robert Recorde** (1510–1558, walesi doktor és matematikus) 1557-ben megjelent *The Whetstone of Witte* című művének megjelenése után kezdték használni.



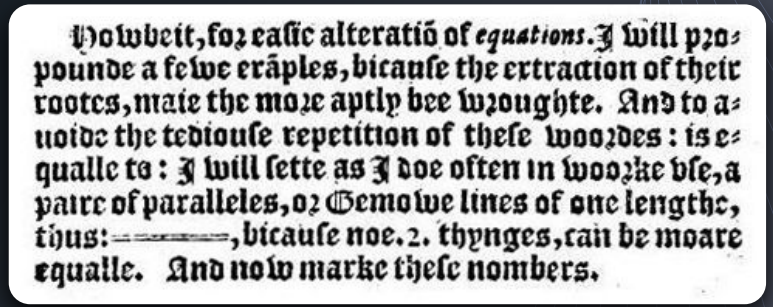
Ő “találta fel” az egyenlőség (=) jelet is.

Számos matematikával foglalkozó könyvet írt, nagyrészt mintha egy mester és a tanítványának a dialógusát írná le.

Részletek a könyvből:



Az első egyenlet
14x + 15 = 71


Howbeit, for easie alteratiõ of *equations*. I will propounde a fewe exãples, because the extraction of their rootes, maie the more aptly bee wrought. And to auoide the tedioule repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke vse, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus:=====, bicause noe. 2. thynges, can be moare equalle. And now marke these nombers.

Szorzás (×, ·, *)

William Oughtred (1574-1660, angol lelkész és matematikus) használta a × jelet a *Clavis Mathematicae*-ben (Kulcs a Matematikához), amit 1628-ban írt, és 1631-ben adta ki Londonban.

A pontot (·) **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716, német matematikus) használta, mert szerinte az × jel összekeverhető az **x** betűvel, és nem középre, hanem alulra írta. (.)





Szorzás (×, ·, *)

A pontot korábban már használta **Thomas Harriot** (1560-1621, angol matematikus és fordító) az *Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas* című művében, ami poszthomusz jelent meg 1631-ben.

A csillag (*****) jelet **Johann Rahn** (1622-1676) svájci matematikus használta 1659-ben megjelent *Teutsche Algebra* című művében.

Ő használta az osztás (÷) jelet is.



Thomas Harriot

Gyökvonás (√)

Először **Leonardo di Pisa** (másnéven Fibonacci) 1220-as *Practica geometriae*-ban jelent meg (R + átlós vonal).

Nyomtatásban először a felső vízszintes vonal nélkül jelent meg 1525-ben, **Christoph Rudolff** (1499-1545) német matematikus által írt *Die Coss*-ban.

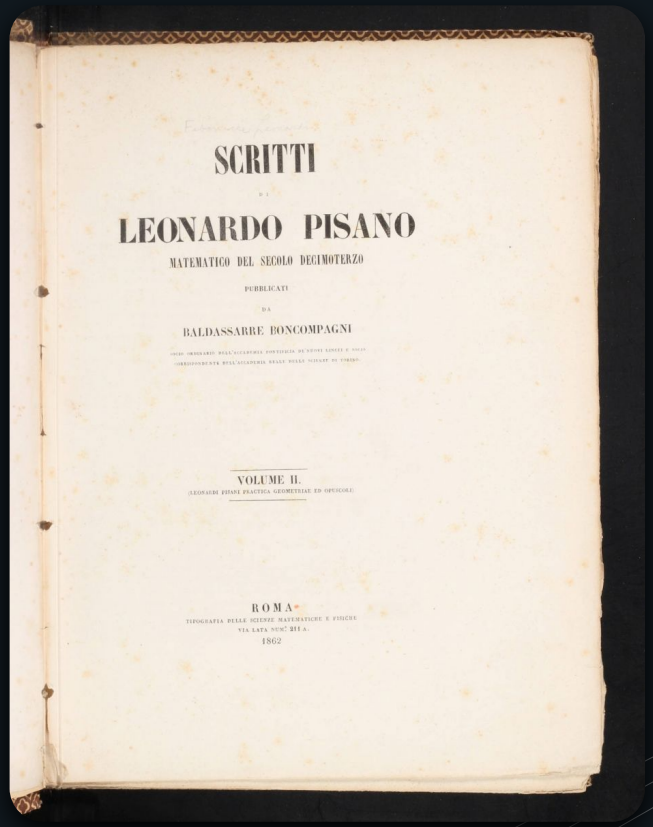
1637-ben **Rene Descartes** használta a *La Geometrie*-ben a felső vonallal.

Legtöbben, beleértve **Leonhard Eulert*** is, úgy gondolják, hogy a latin "radix" (gyökér) szó kezdőbetűjének az elnyújtásából származik.

* *Institutiones calculi differentialis (1775)*



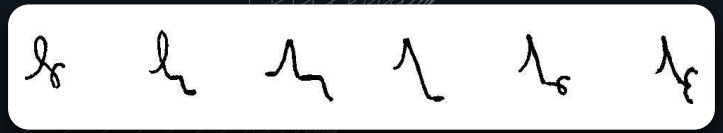
R + átlós vonal



1220-as *Practica geometriae*



Kézzel írt r betű



A Die Coss-ban az “r” betű

Integrál (∫)

Eredetileg a **Σ** (görög nagy szigma) jel helyett kövér S volt, x(i)-x(i+1) helyett Δx:

S f(x) * Δx,

és amikor lim Δx -> 0 megtörtént, akkor Δx helyett dx lett

(Δ meggömbölyödött), és az S betű is megnyúlt.

Az integrál jelet szintén **Leibniz** használta először 1675 október-ben, a kiadatlan *Analyseos tetragonisticae pars secunda* című kéziratában.

Nyomtásban a *Acta Eruditorum*-ban jelent meg 1686-ban, és egy elnyújtott S volt a “summa”-ra.

Két héttel később, a *Methodi tangentium inversae exempla*-ban *dx*-et írt a *x/d* helyett.

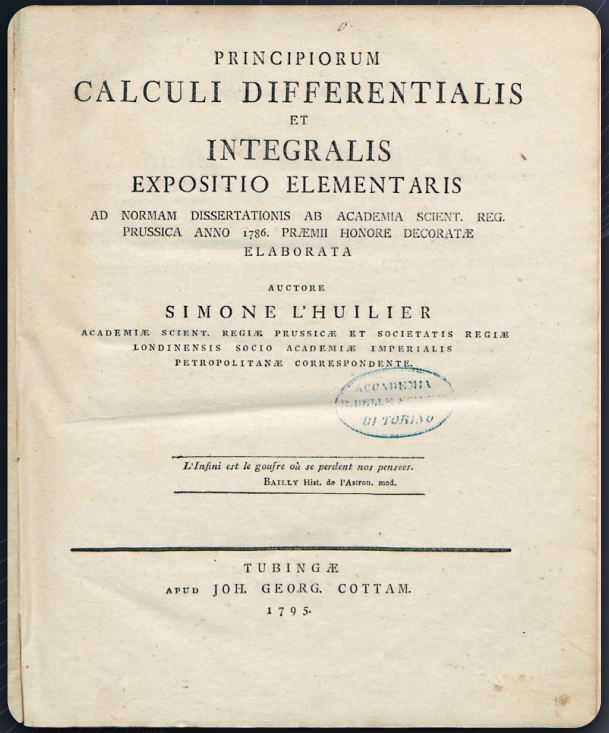


Határérték (Limit)

lim. (ponttal)

Elsőként **Simon-Antoine-Jean L'Huilier** (1750-1840) svájci matematikus használta a *Berlin Academy of Sciences* által feltett kérdésre válaszként írt esszéjében (*Exposition élémentaire des principes des calculs superieurs*).

A kérdés a végtelen, és annak tiszta és pontos magyarázatáról szólt. Joseph Lagrange, aki a kérdés kiatlálója, és a főbíró volt, csalódott volt, az egyik legrosszabnak tartotta ezt a munkát.



PRINCIPIORUM
CALCULI DIFFERENTIALIS
ET
INTEGRALIS
EXPOSITIO ELEMENTARIS
AD NORMAM DISSERTATIONIS AB ACADEMIA SCIENT. REG. PRUSSICA ANNO 1786. PRÆMII HONORE DECORATÆ ELABORATA
AUCTORE
SIMONE L'HUILIER
ACADEMIÆ SCIENT. REGIÆ PRUSSICÆ ET SOCIETATIS REGIÆ LONDINENSIS SOCIO ACADEMIÆ IMPERIALIS PETROPOLITANÆ CORRESPONDENTE.
ACCADEMIA DI TORINO
L'Infini est le gouffre où se perdent nos pensees.
BAILLY Hist. de l'Astron. mod.
TUBINGÆ
APUD JOH. GEORG. COTTAM.
1795.

Relációk ($>$, $\geq$, $<$, $\leq$)

A $<$ és a $>$ jelek elsőként **Thomas Harriot** 1631-ben poszthomus megjelent *Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas* művében jelentek meg.

Valószínűleg egy őslakos amerikai karján látott minta adta az alapját a két jelhez.

A $\geqq$ és a $\leqq$ jeleket **Pierre Bouguer** (1698-1758, francia matematikus, csillagász és geofizikus) használta 1734-ben. **Harriot** is használta ilyenket 1670-ben, de ő egy vonalat írt, és azt fölülre.



Pierre Bouguer

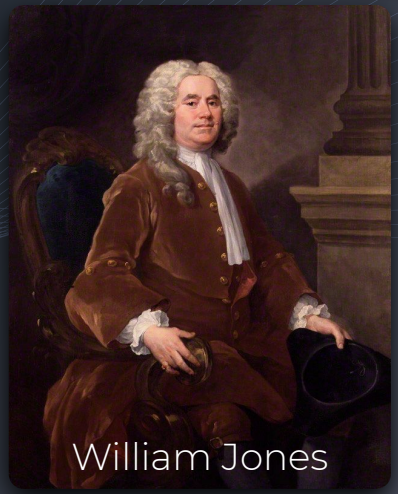
Pi (π)

William Oughtred (1574 - 1660, angol lelkész és matematikus), **Isaac Barrow** (1630 - 1677, angol matematikus és teológus) és **David Gregory** (1659 - 1708, skót csillagász és matematikus) használta ezt a jelet először, nyomtatásban viszont csak 1706-ban jelent meg **William Jones** (1675 - 1749, walesi matematikus) egyik publikációjában (*Synopsis palmariorum matheseos*). Általánosan használttá csak 1737-ben, Euler után vált.



Isaac Barrow

Jones matematikát tanított a Navy fedélzetén 1695 és 1702 között. Kiadta a *A New Compendium of the Whole Art of Navigation*-t (1702).


William Jones

Érdekesség: **Barrow** egyik tanítványa **Isaac Newton** volt.


David Gregory, 1697

Végtelen (∞)

A végtelen jelet **John Wallis** (1616-1703, angol lelkész és matematikus) vezette be az 1655-ös *De sectionibus conicis*-ban.

Valószínűleg a római 1.000 (CD) jelölésből származik, de lehet, hogy a kis omegából (ω), ami egyfajta metafora is a felső határra, a végre(*). Ez a kifejezés a Bibliában is többször előfordul; Alfa és Omega - a kezdet és a vég.

1656-ban kiadott *Arithmetica Infinitorum* című művében foglalkozott a pozitív, negatív, és tört hatványokkal is.



* Alexander & Nicholas Humez, and Joseph Maguire: *Zero to Lazy Eight*

$$x^0 = 1$$

$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \text{ etc.}$$

$$x^{1/2} = \sqrt{x}$$

$$x^{2/3} = \sqrt[3]{x^2} \text{ etc.}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^{p/q} = \sqrt[q]{x^p}$$

Források:

https://tudomany.blog.hu/2017/11/16/honnan_ered_a_matematika

http://jeff560.tripod.com/operation.html

https://en.wikipedia.org/wiki/Table_of_mathematical_symbols_by_introduction_date

https://web.archive.org/web/20060821061824/http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

https://en.wikipedia.org/wiki/Johann_Rahn

http://ds.ub.uni-bielefeld.de/viewer/image/2014414/1/

https://en.wikipedia.org/wiki/Simon_Antoine_Jean_L%27Huilier

https://en.wikipedia.org/wiki/John_Wallis

http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Jones.html

Képek:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oresme.jpg#/media/File:Oresme.jpg

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Robert_recorde.jpg#/media/File:Robert_recorde.jpg

https://en.wikipedia.org/wiki/William_Oughtred#/media/File:Wenceslas_Hollar_-_William_Oughtred.jpg

https://en.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz

https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-fibonacci-s-practica-geometriae

https://math.uni-pannon.hu/~szalkai/Jelolesek-ea-.pdf

Hátterek: SlidesCarnival, Freepik

Köszönöm a figyelmet!