GÖRÖG MATEMATIKUSOK

Készítette: Bihari Andrea



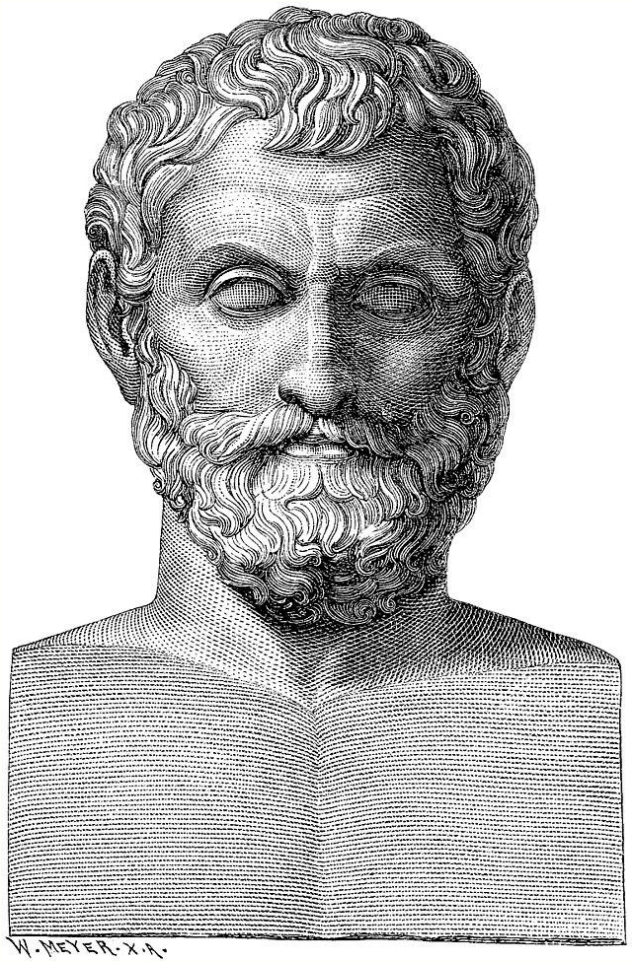
Matematika történet

- **Ókori Közel-Kelet (i. e. 1800 – i. e. 500)**
  - **Babilon**
    - ékírás agyagtáblára
    - 60-as számrendszer (időmérés, a kör 360°), helyiértékek
  - **Egyiptom**
    - 10-es számrendszer, de helyiérték nélkül
    - papirusz leletek (Rhind-, és Moszkvai papirusz)
- **Görög és hellén matematika (i. e. 550 – i. sz. 300)**
  - Deduktív érvelés
  - Logika

Milétoszi Thalész

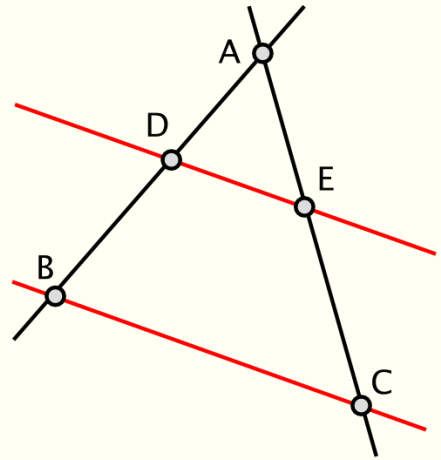
Kr. e. 624-546, Milétosz

- A hét bölcs egyike
- Első görög matematikus, akinek neve fennmaradt
- Utazásai: Babilontól Egyiptomig
- Az első, aki felteszi a "miért" kérdést



Thalész munkássága

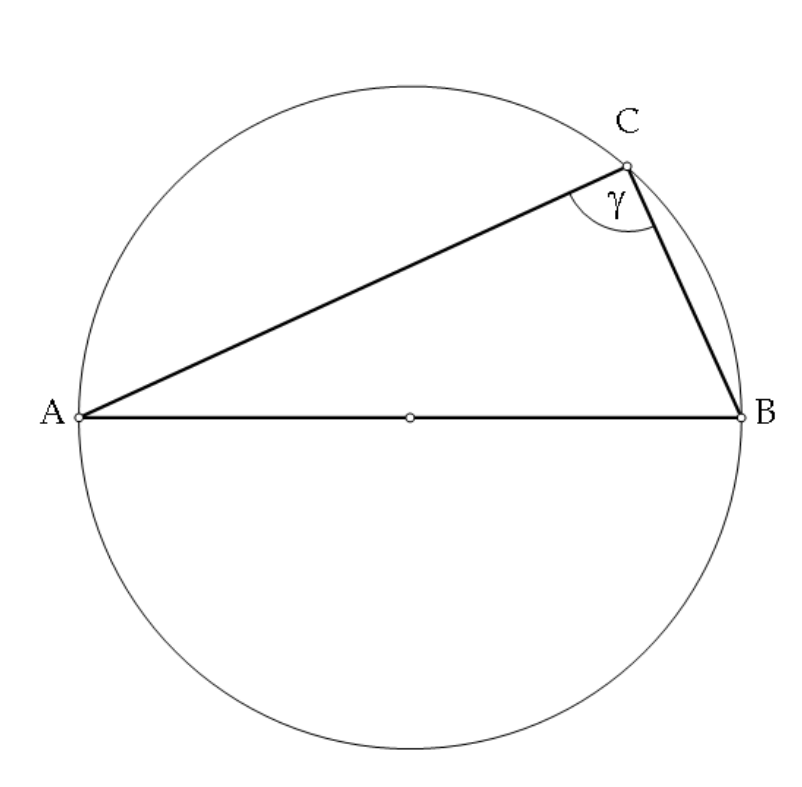
- Háromszögek és körök geometriája
- Szög fogalma
- Csúcsszög egyenlőség
- A háromszög belső szögeinek összege 180°
- Háromszög egybevágóság
- Párhuzamos szelők tétele



Thálesz tétele

Ha egy kör átmérőjének két végpontját összekötjük a kör kerületének bármely más pontjával, akkor derékszögű háromszöget kapunk.

Az átmérő a derékszögű háromszög átfogója.



Szamoszi Püthagorasz

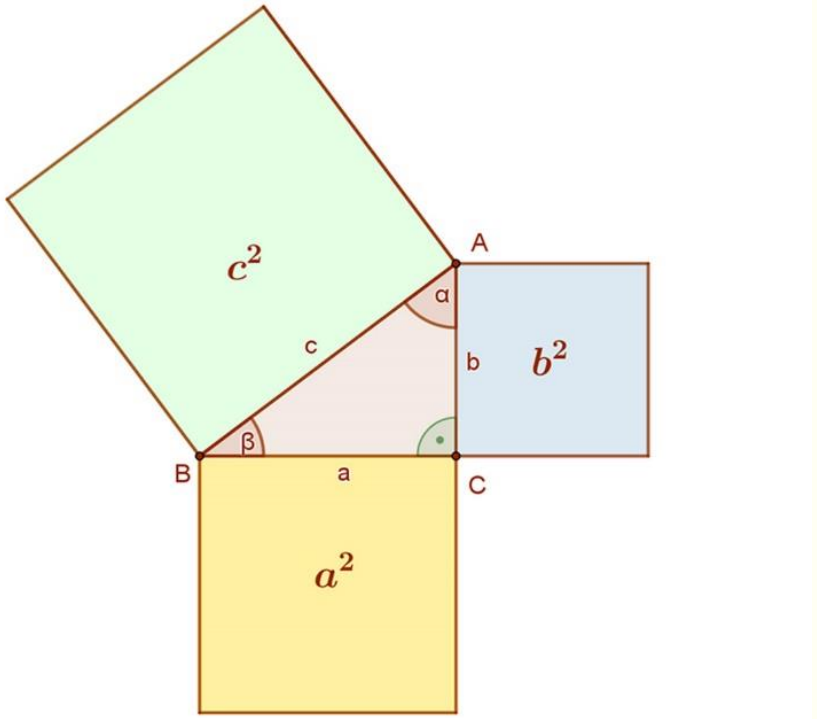
Kr. e. 580-520, Szamosz-sziget

- „A számok atyja”
- Megalapította tanítványaival a Püthagoreus Testvériséget
- Máig ható eredményeket ért el a csillagászatban, a matematikában és a zeneelméletben



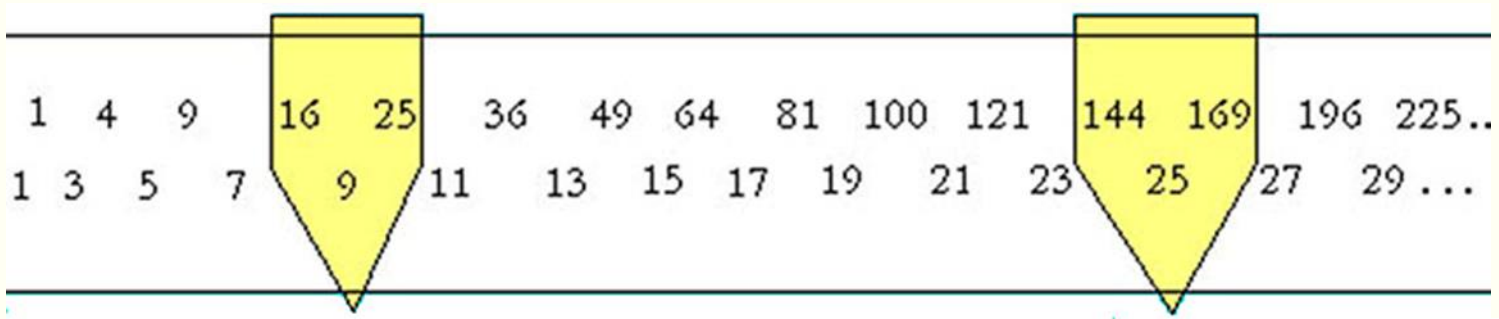
Püthagorasz munkássága

- Első négy tökéletes szám
  - megegyezik az önmagánál kisebb osztók összegével
- Irracionális számok
- Pitagoraszi számhármasok
- Számtani közép
- Számtani sorozat összegzése
- Tetraéder, kocka, dodekaéder
- Pitagorasz tétel - $a^2 + b^2 = c^2$



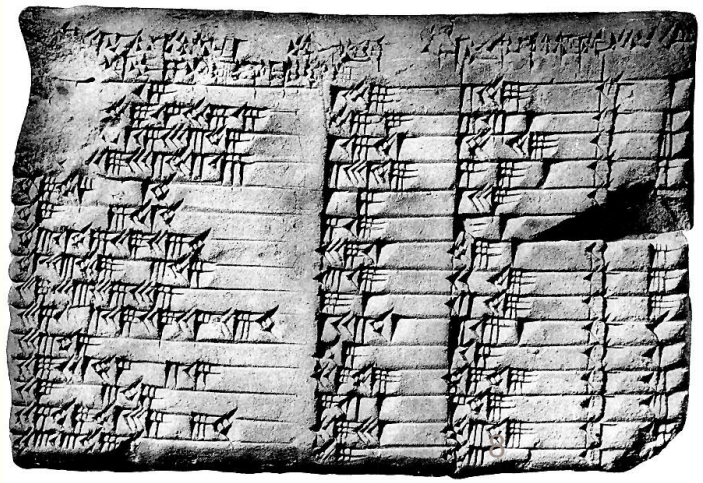
Pitagoraszi számhármasok

- A pitagoraszi számhármasok az egész oldalhosszúságú derékszögű háromszögek oldalhosszaiból álló számhármasok. Egész megoldásai az $x^2 + y^2 = z^2$ diofantoszi egyenletnek.



$$x = 2k\,(k+1)$$
$$y = 2k+1$$
$$z = 2k(k+1)+1$$

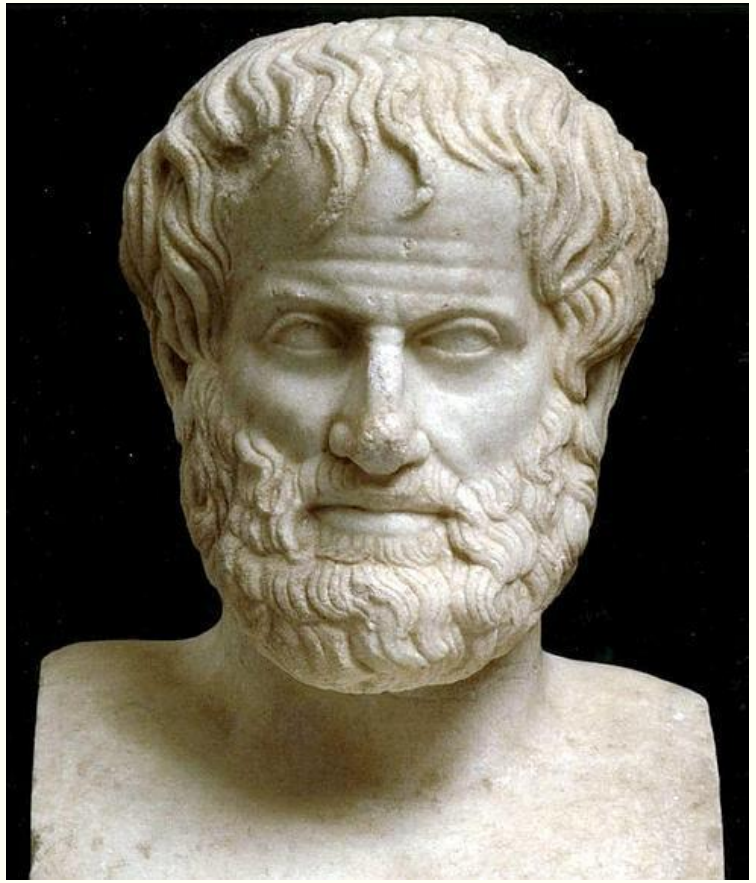
- ➡ Már a babiloniak is ismerték ezen számhármasokat és előállításuk módját. (Kr.e. 1800-ból származó agyagtábla – Pimpton 322)
  - ➡ Babiloni megoldás: $\mathrm{x} = p^2 - q^2; y = 2pq;\ z = p^2 + q^2$, ahol p és q pozitív egész



Arisztotelész

Kr. e. 384-322, Sztageira

- Platón tanítványa
- Nagy Sándor nevelője
- Athénban iskolát alapított
- Tanítványaival együtt adatokat gyűjtöttek, és feldolgozták a legkülönbözőbb tudományterületeket



Arisztotelész munkássága

- A logikát a tudományok szintjére emelte
- A logika, és a matematikai logika alapjait az **Analitika** című művében foglalta össze
- **Fogalmak**, **állítások** és **következtetések**
- **Változó** fogalma



Alexandriai Eukleidész

Kr.e. 365-300

- Platón akadémiáján tanult Athénban
- Az alexandriai matematikai iskola megalapítója
- Ő a híres ókori matematikakönyv, az Elemek (Στοιχεία, Sztoikheia) szerzője



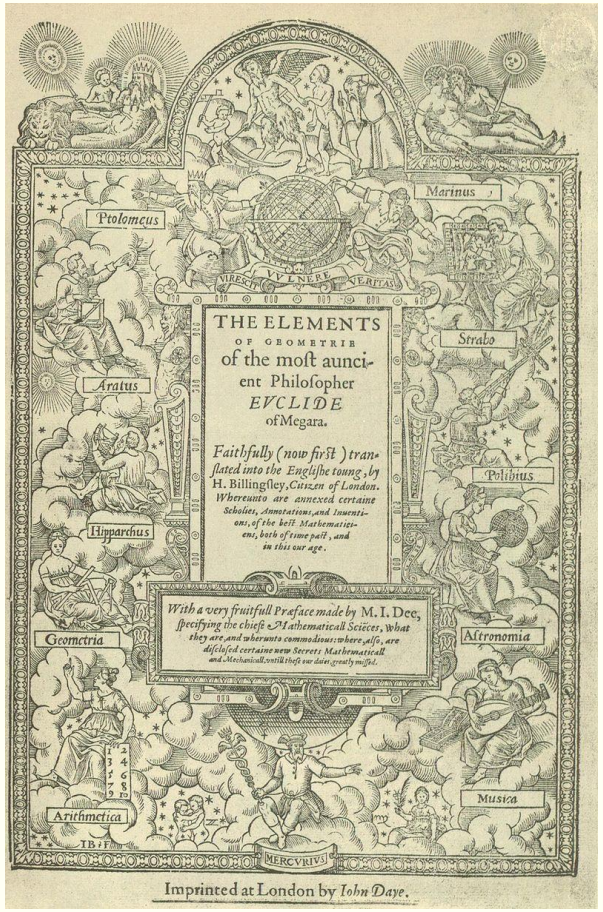
Eukleidész munkássága

- Euklideszi szerkesztés
- A prímszámok száma végtelen
- Prímszámok meghatározása
- $\sqrt{2}$ irracionális

- Végtelen sok pitagoraszi számhármas
- Tökéletes számok előállítása
- 5 féle szabályos test



Eukleidész: Elemek c. műve



- Kizárólag logikai következtetéssel építi fel a matematika tételeit
- Minden tétel egy külön fejezet
- Az eredmények nagy része más matematikusoktól származik
- Eukleidész néhány hiányzó bizonyítást elvégzett, számelméleti valamint térmértani részek is az ő nevéhez fűződnek

LNKO meghatározása euklideszi algoritmussal

Alapötlet: a legnagyobb közös osztó nem változik, ha a nagyobb számot a két szám különbségével helyettesítjük

Adott $a, b \in \mathbb{Z}$ számokra ismételten alkalmazzuk a maradékos osztás tételét: ha $|a| \geq |b|$, akkor osszuk el az a számot b-vel, majd b-t a maradékkal, stb. mindig az osztót a maradékkal.

Az algoritmus akkor áll meg, ha 0 maradékot kapunk. Az LNKO ekkor a legutolsó, nem nulla maradék.

(360, 225) = ?

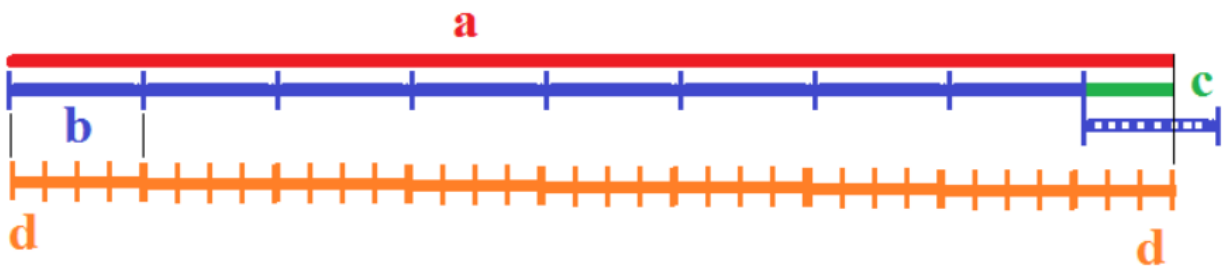
Az euklidészi algoritmus szerint:

a		b		r
360	=	225*1	+	135
225	=	135*1	+	90
135	=	90*1	+	45
90	=	45*2	+	0

Tehát (360, 225) = 45.

Euklideszi algoritmus szakaszokkal

Maradékos osztás, *lnko*, összemérhetőség, Euklideszi algoritmus szakaszokkal



$a = b*k + c, \quad c < b \quad (k=8)$

$lnko(a,b) = d$

$a, b, c, d \in R$

Arkhimédész

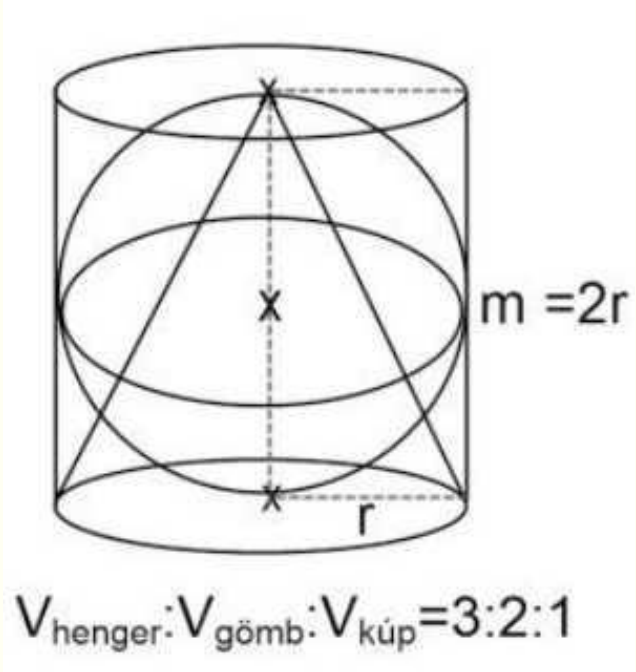
Kr.e. 287-212, Szirakuza

- Természettudós, matematikus, mérnök, fizikus, csillagász és filozófus
- Egyiptom - Eratoszthenész
- Újfajta számírást fejlesztett ki, mely segítségével 10^{64}-ig le tudta írni a számokat



Arkhimédész munkássága

- A mai integrálszámításhoz nagyon hasonló módszer leírása
- Közelítő módszerek: négyzetgyök kiszámítására
- Kúpszeletek segítségével harmadfokú egyenleteket oldott meg
- Megadott egy módszert a π számérték tetszőleges közelítésére, és adott rá egy olyan becslést, ami szerint $223/71 < \pi < 22/7$

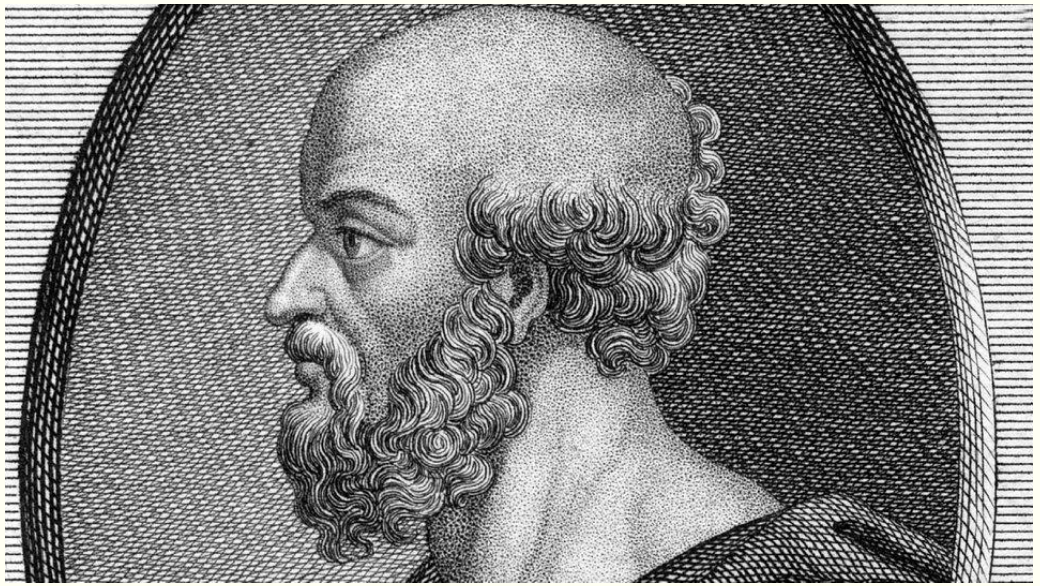


- A **Gömbről és hengerről** című munkájában meghatározta e testek felszínét és térfogatát
- A gömb felszíne egyenlő a köré írt henger palástjának területével és a gömb térfogata a köré írt henger térfogatának 2/3-ad része

Kürénéi Eratoszthenész

Kr. e. 276.-197, Kiréné

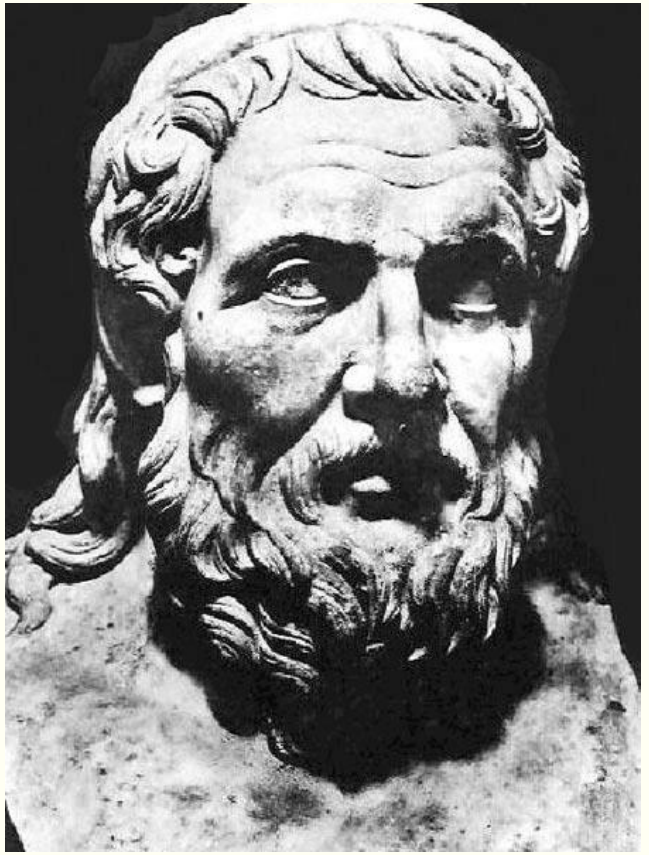
- Első fokmérés
- Mint matematikust legjobban az ókori három nevezetes probléma érdekelte:
  1. Kör négyszögesítése
  2. A kockakettőzés problémája, az ún. Déloszi probléma
  3. Szögharmadolás



Pergai Apollóniosz

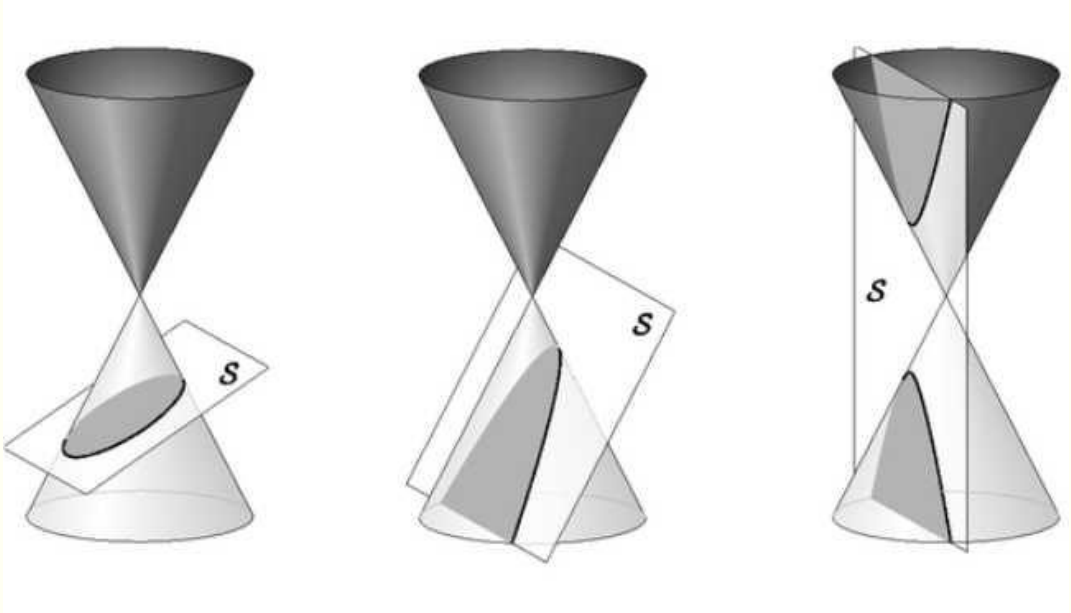
Kr.e. 262-190, Perga

- Alexandriában tanult, később az ottani egyetemen tanított
- Értekezése a Kónika, az ókori világ egyik legnagyobb tudományos munkája



Apollóniosz munkássága

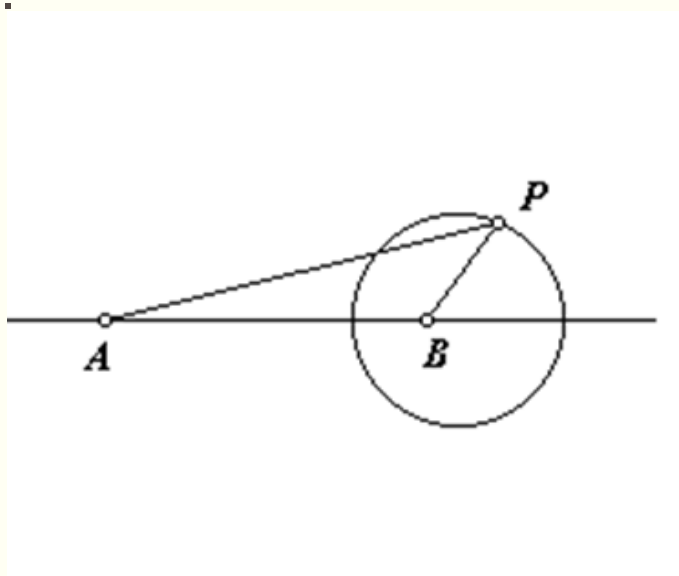
- Főműve a 8 részből álló „Kúpelemek" (Konika)
- Ellipszis, parabola, hiperbola terminusok használata
- A három kúpszelet egyik legalaposabb tárgyalása
- A kúpszeletek mai neveit is Apollóniosz adta

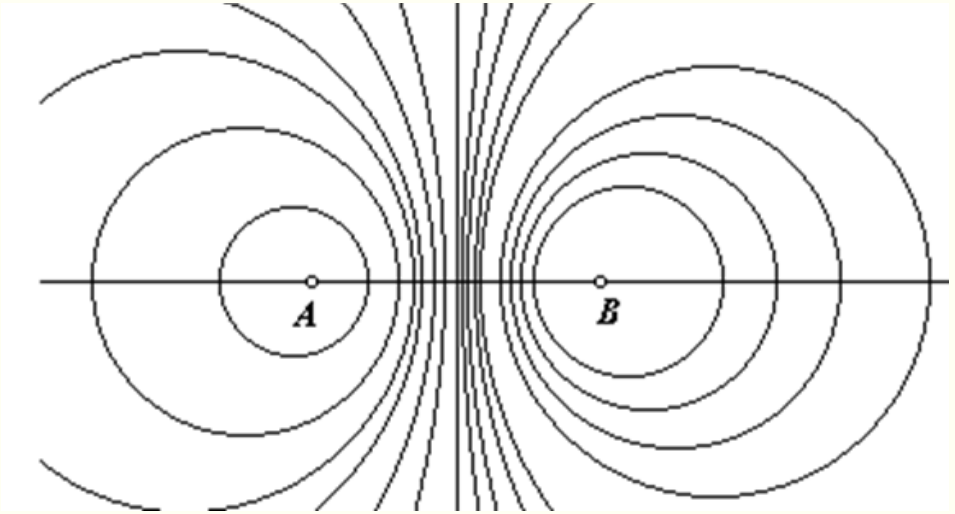


Apollóniosz-körök

- Az ő nevét őrzi az Apollóniosz kör, amely azon pontok halmaza (mértani helye) a síkban, amely pontoknak két adott ponttól való távolságainak aránya állandó szám.

Amennyiben az arány 1, akkor ez a felezőmerőleges, ami tekinthető egy olyan körnek, aminek végtelen távol van a középpontja.





Fontos szerepe van a bipoláris koordináta-rendszerekben.

Hipparkhosz

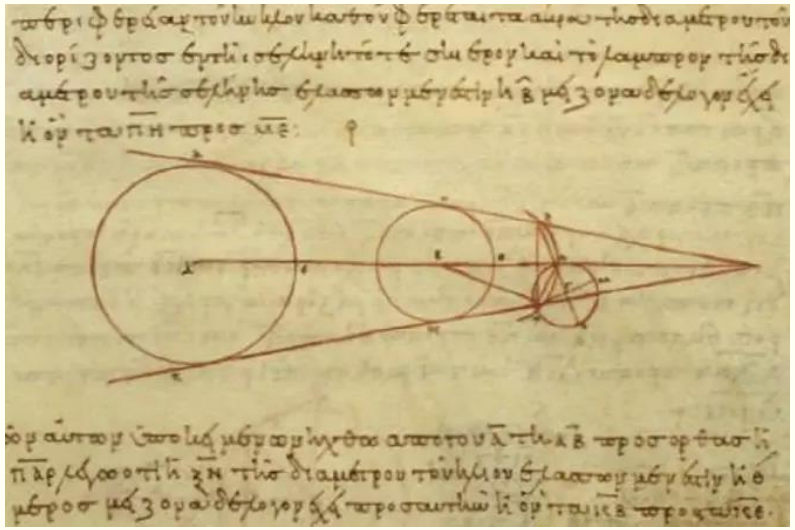
Kr. e. 180-125, Nikea

- Matematikus, a csillagászat atyja
- Hozzájárult a trigonometria megalapozásához és a csillagászat, mint matematikai tudomány fejlődéséhez



Hipparkhosz munkássága

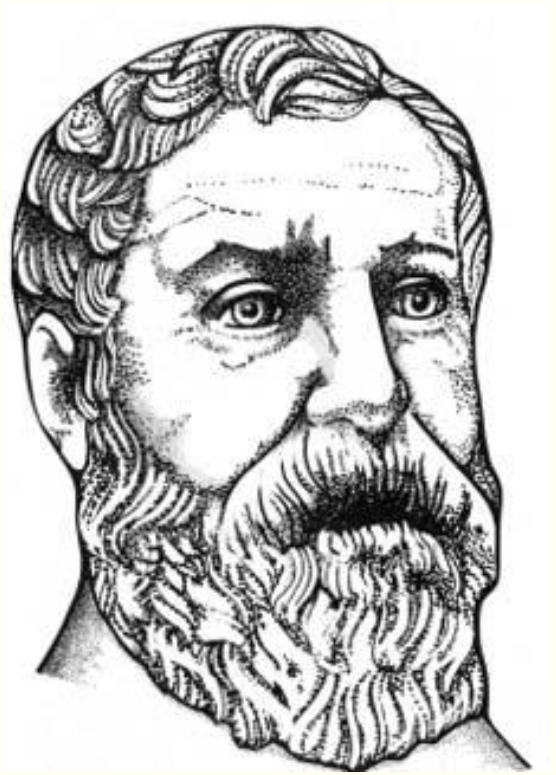
- Húrtáblázat
- A kör 360°-os felosztása
- Első ismert csillagkatalógus: 1022 állócsillag
- Hold Föld körüli keringésének hossza (Hold-hónap)
- Ortografikus és sztereografikus vetületek



Alexandriai Hérón

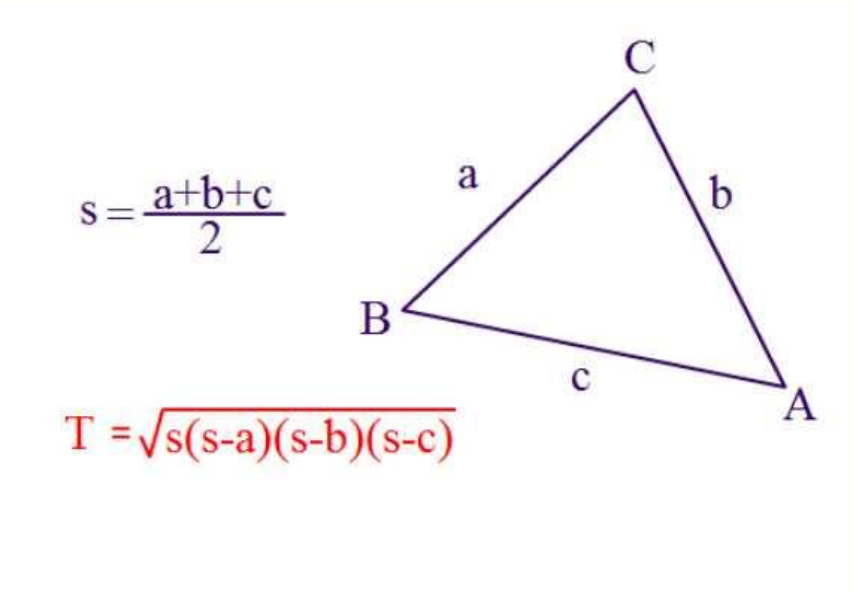
Kr. u. 65-125

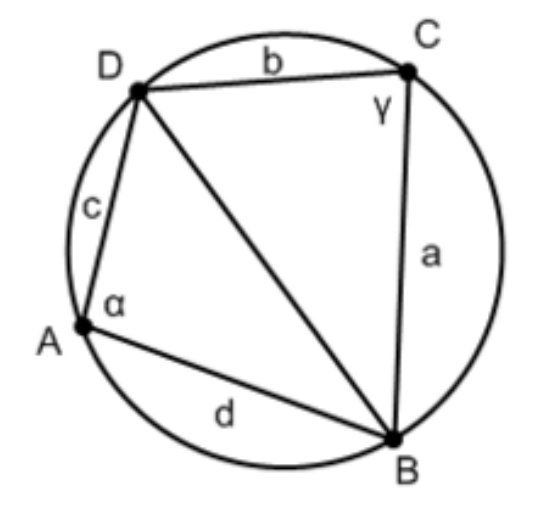
- Matematikus, fizikus és feltaláló
- Egyik első művelője volt geodézia (földméréstan) tudományának
- Pontosan beszámolt a Kr. u. 62-ben lefolyt holdfogyatkozásról



Hérón munkássága

- Metrika című munkájában a síkidomok terület, illetve a testek felszín és térfogatszámításával foglalkozik
- Hérón nevét viseli az a képlet, amely a háromszög területét határozza meg a három oldal ismeretében





- $s = \frac{a+b+c+d}{2}$
- $T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$

Hérón-képlet

Húrnégyszög esetén hívják Brahmagupta-képletnek is.

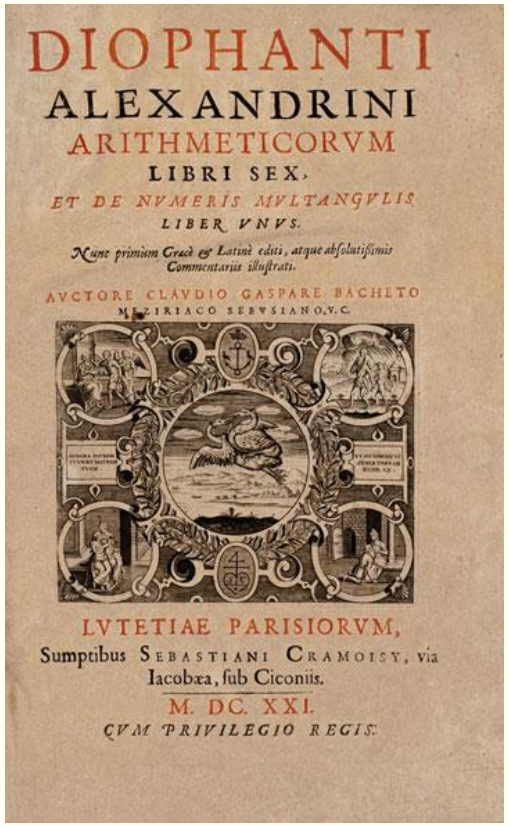
Diophantosz

Kr.u. 200-284, Alexandria

- Az ókori görög matematika utolsó nagy képviselője
- Korának híres problémamegoldója
- Az első, aki az ismeretlen mennyiséget szimbólummal jelölte



Diophantosz munkássága


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis Commentariis illustrati.
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO
M. ZIRIACO SEBVSIANO, V.C.
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

- Fő műve: az **Aritmetika**
- Mintegy 130 problémát tárgyal konkrétan, általános megoldási módszerek levezetése
- Első és másodfokú egyenleteket oldott meg
- Határozatlan egyenletek
- Róla nevezték el a diophantoszi egyenleteket

Diophantosz állítólagos sírfeladata is egy feladvány volt:

„Az istenek kegyelméből élete egyhatodát gyermekként töltötte. Eltelt életének még egytizenketted része, és kiserkent szakálla. További hetedrész múltán esküvői gyertyái égtek. Öt évvel a lakodalom után fia született, de ó, jaj! A későn született, gyenge gyermeket elragadta a kegyetlen sors, alighogy apja életének felét leélte. Gyászoló apja a számelméletben keresett vigaszt, ám négy év múlva az ő élete is véget ért.”

A szöveg alapján felírható egyenleteket megoldva Diophantosz 84 éves korában halt meg, míg fia 42 évesen.

Diofantoszi egyenlet

Olyan egész együtthatós, általában többismeretlenes algebrai egyenletek, melyek megoldásait is az egész számok körében keressük.

- Lineáris egyenletek: $ax + by = c$
- Pitagoraszi számhármasok: $x^2 + y^2 = z^2$
- Kétnégyzetszám-tétel: $x^2 + y^2 = n$, ahol $n = 2^{\alpha} p_1^{\beta_1} \ldots p_r^{\beta_r} q_1^{\gamma_1} \ldots q_s^{\gamma_s}$ alakú prím, ahol p prímek 4k+1 alakúak, q prímek 4k-1 alakúak, és α, β és γ nemnegatív egészek
- Nagy-Fermat tétel: $\mathrm{x}^n + \mathrm{y}^n = \mathrm{z}^n$ diofantoszi egyenletnek nincs megoldása $n > 2$-re nemnulla egész számok körében.

$$ax + by = 1$$

$$x^n + y^n = z^n$$

$$x^2 - ny^2 = \pm 1$$

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

Források

- Sain M.: Nincs királyi út! (Gondolat, 1986) - https://mek.oszk.hu/05000/05052/pdf/
- Filep L.: A tudományok királynõje (Typotex, 1997)
- Dósa-Szalkai: Algoritmikus számelmélet (2011) - http://math.uni-pannon.hu/~szalkai/Algoritmikus_szamelmelet.pdf
- Euklidész: Elemek (Gondolat, 1977) - http://mek.oszk.hu/06200/06232/
- Wikipédia – https://wikipedia.org
- http://lazarus.elte.hu/hun/digkonyv/szakdolg/kzsolt/tema/htm/hippark.htm
- http://www.math.u-szeged.hu/~klukovit/Hallgatoknak/SzameTort/szametort14/dioph_h.pdf
- http://sagv.gyakg.u-szeged.hu/tantargy/FIZIKA/FIZTORT/ARCHIM1/ARCHIMED.HTM
- https://www.britannica.com/biography/Apollonius-of-Perga
- https://www.britannica.com/biography/Hipparchus-Greek-astronomer

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!