Euler élete és munkássága

Poór Bence – Villamosmérnöki Bsc

„A matematika különböző ágaiban Euler munkáinak tanulmányozása marad a legjobb iskola, azt semmi más nem helyettesítheti.” (C.F. Gauss)

-Leonhard Euler svájci matematikus, fizikus, aki Bázel-ben született a XVIII. század elején, és élete során a matematikatörténet egyik legjelentősebb személyiségévé vált.

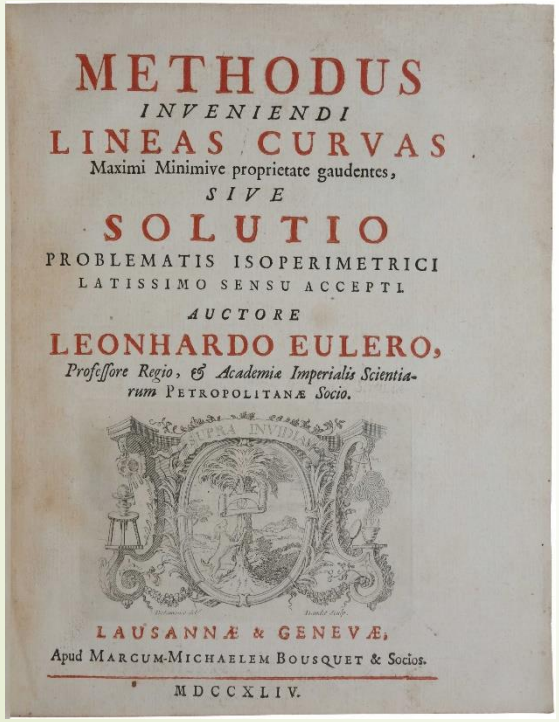
-Apja kálvinista lelkész volt, s így Euler is matematikai munkássága előtt lelkésznek tanult. Apja Johann Bernoulli matematikus barátja volt, s így találkozott Euler is kezdetben a matematikával.

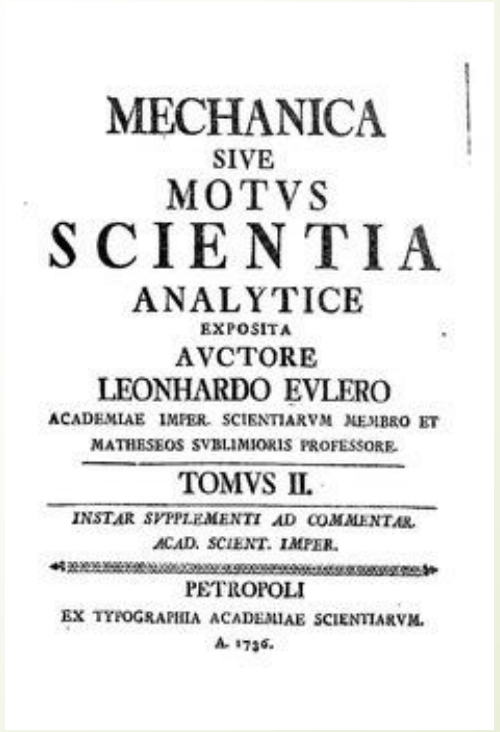


1707. - 1783.

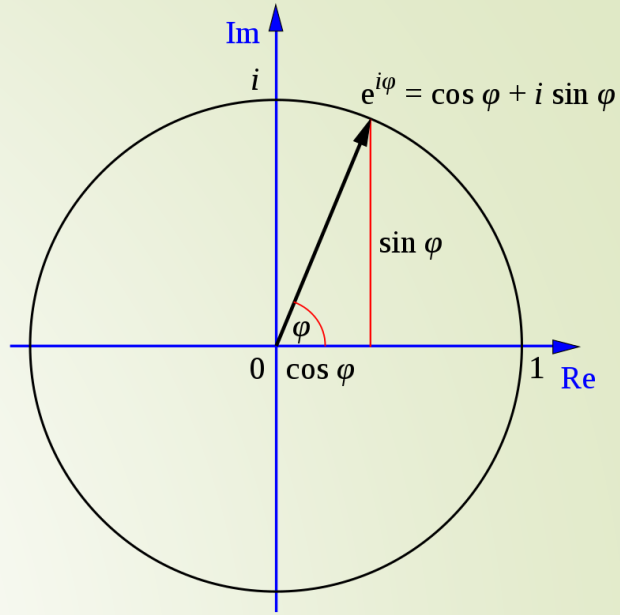
Euler matematikai munkássága

Felsorolni is sok lenne teljes munkásságát. Mintegy 28 nagyobb művet, és több mint 800 matematikai értekezést írt. Szinte a matematika minden területén alkotott valamit.


METHODUS
INVENIENDI
LINEAS CURVAS
Maximi Minimive proprietate gaudentes,
SIVE
SOLUTIO
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI
LATISSIMO SENSU ACCEPTI
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio, & Academiæ Imperialis Scientiarum PETROPOLITANÆ Socio.
LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.
MDCCXLIV.


MECHANICA
SIVE
MOTVS
SCIENTIA
ANALYTICE
EXPOSITA
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACADEMIAE IMPER. SCIENTIARVM MEMBRO ET
MATHESEOS SVBLIMIORIS PROFESSORE.
TOMVS II.
INSTAR SVPPLEMENTI AD COMMENTAR.
ACAD. SCIENT. IMPER.
PETROPOLI
EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.
A. 1736.

Euler-formula



Komplex számok elméletének egyik alaptétele.

$e^{ix} = \cos x + i * \sin x$, ahol x tetszőleges valós szám: ennek a villamosmérnöki gyakorlatban, hálózatok számításánál nagy szerepe van

x-et π -vel helyettesítve megkapjuk az Euler-azonosságot:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Matematika egyik legszebbnek tartott összefüggése, amely kapcsolatot teremt öt nevezetes konstans között: az e (Euler-szám), a π, az i imaginárius egység (i = $\sqrt{-1}$), a 0 (zéróelem) és az 1 (egységelem) .

Számelmélet:
Tökéletes szám – Barátságos számok

A számelméletben tökéletes számnak nevezzük azokat a természetes számokat, amelyek megegyeznek az önmaguknál kisebb osztóik összegével.

pl: 6 = 1+2+3

Barátságos számpárnak nevezünk egy számpárt, ha az egyik szám önmagánál kisebb osztóinak összege a másik számmal egyenlő és fordítva.

Eulernek sem sikerült rájönnie hogy létezik e végtelen sok tökéletes szám, illetve hogy létezik e páratlan tökéletes szám, sőt ezek a mai napig megválaszolatlan kérdések.

Euler fedezte fel a 8. tökéletes számot, és talált 59 barátságos számpárt.

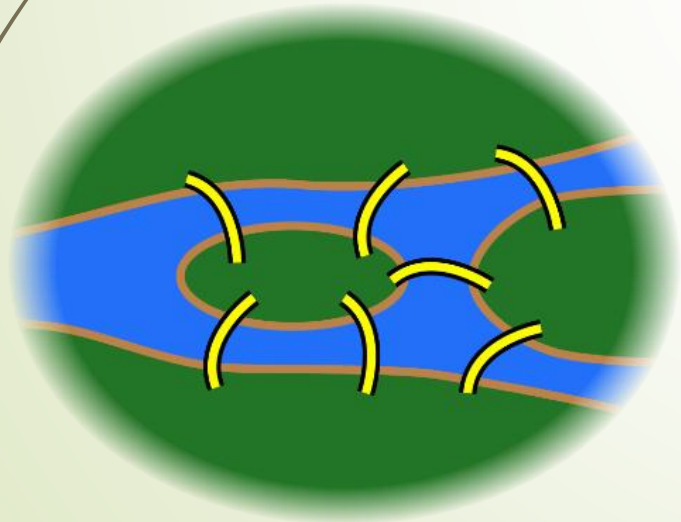
Továbbá bebizonyította, hogy minden páros tökéletes szám $2^k\left(2^{k+1}-1\right)$ alakú.

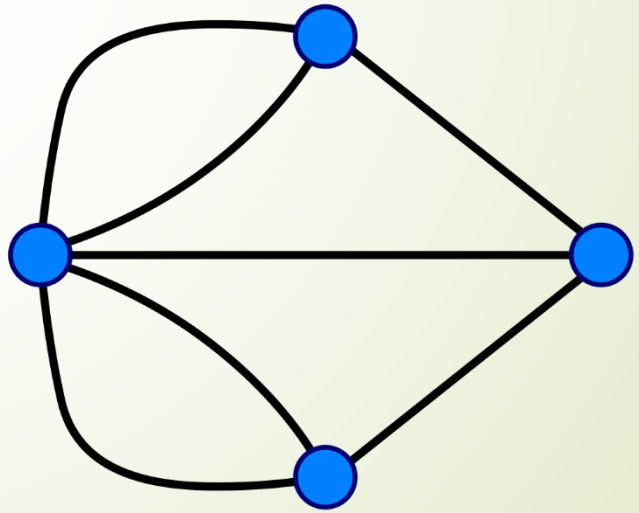
Ő jelölte először π-vel a kör kerületének és átmérőjének arányát, és e-vel a róla elnevezett álandót, a $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozat végtelenbe vett határértékét.

Gráfelmélet területén megoldott a Königsberg-hidak problémát.

> Lehetséges e minden hidat pontosan egyszer bejárva, a kiindulási pontra visszakerülni? Ebben a konkréten esetben Euler megállapította, hogy ez lehetetlen.

Akkor és csak akkor létezik az adott gráfban a hidakon pontosan egyszer végighaladó séta, ha minden csomópont fokszáma páros.





Euler sorelméleti tétele

A tétel kimondja, hogy a négyzetszámok reciprokösszege $\frac{\pi^2}{6}$.

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

A négyzetszámok reciprokösszege bár egy végtelen összeg, mégis egy véges konkrét állandó. A sorelmélet egyik alaperedménye, hogy a természetes számok reciprokösszege viszont minden határon túl nő, úgy is mondjuk ezt, hogy a sor divergens. Vizsgálva az alábbi különbséget:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n$$

, ha n végtelenbe is tart, ez az érték véges, bár azt hogy racionális e a mai napig sem tudni.

Ötödik Fermat-szám: F_5

Fermat-számok olyan pozitív egész számok, amelyek a következő sorozat elemei: $F_n = 2^{2^n} + 1$, ahol n nem negatív egész szám.

$F_0 = 2^1 + 1 = 3$
$F_1 = 2^2 + 1 = 5$
$F_2 = 2^4 + 1 = 17$
$F_3 = 2^8 + 1 = 257$
$F_4 = 2^{16} + 1 = 65537$

Jelenleg csak az első 12 Fermat szám prímtényezős a lakját ismerjük.

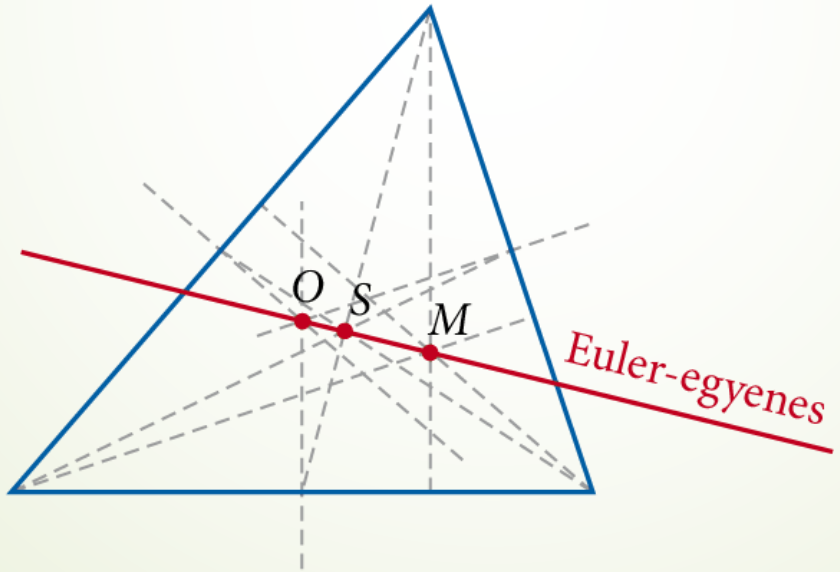
Euler jött rá, hogy az F_5 összetett szám, mert osztható 641-el.

$F_5 = 2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 * 6700417$

Euler-egyenes

„*Bármely (nem szabályos) háromszögben a háromszög magasságpontja (M), a súlypontja (S) és a köré írt kör középpontja (O) egy egyenesbe esik, mégpedig úgy, hogy a súlypont a másik kettő távolságát harmadolja és a köré írt kör középpontjához van közelebb.*”

Szabályos háromszög eseten a három pont természetesen egybe esik.



Euler munkássága szinte végtelennek tekinthető. A ma ismeretes hidrodinamikát még mindig az ő felfogásában tárgyaljuk.

Euler-turbinaegyenlete segítségével méretezik az örvényszivattyúkat, turbinákat.

Pörgettyűmozgást az általa megalkotott kinetikai egyenletek segítségével vizsgálhatóak.

Továbbá foglalkozott még csillagászattal, valószínűségszámítással, optikával, térképészettel, sőt könyveket is irt például hajótervezésről, tüzérségről, zenéről.

Köszönöm a figyelmet!