AZ ABC-SEJTÉS

Kürtösi András

Számelmélet

A matematika egyik ága, mely eredetileg a természetes számok oszthatóságát vizsgálata, mára már sok területe van.

1) Elemi
2) Analitikus
3) Algebrai
4) Kombinatorikus
5) Prímszám elmélet
6) Additív
7) Diofantoszi egyenletek
8) Geometriai
9) Számításelméleti

Diofantoszi egyenletek

Egész együtthatós több ismeretlenes egyenlet, melynek megoldásait az egész számok halmazán keresik.

1) Lineáris egyenletek $ax+by=m$
2) Pell-egyenlet $x^2-dy^2=1$
3) Pitagoraszi számhármasok $x^2+y^2=z^2$
4) Két négyzetszám összege $x^2+y^2=n$
5) Gyökös diofantoszi egyenletek $a_1\sqrt[p_1]{q_1} \pm a_2\sqrt[p_2]{q_2} \ldots \pm a_s\sqrt[p_s]{q_s} = 0$
6) Exponenciális diofantoszi egyenletek pl. $2^n-7=x^2$

A diofantoszi egyenletek megoldhatósága Hilbert 10. problémája volt. 1970-ben Jurij Matijaszevics megmutatta, hogy nem létezik algoritmus, ami a egyenletek megoldhatóságát eldöntené.

Az abc számhármasok

a, b és c három különböző pozitív egész szám, melyre igaz, hogy

1) $a+b=c$.
2) a és b relatív prímek (bármely kettő relatív prím: az 1-2 feltételből)
3) $c>rad(abc)$ radikál: a három szám prímosztóinak szorzata

Az abc számhármasok minősége (q):

$rad(abc)^q = c$

$q=\lg(c)/\lg(rad(abc))$

Az abc számhármasok esetén $q>1$, de elég kis szám.

Az abc-sejtés

Két matematikai állítás, melyet David Masser (1985) és Joseph Oesterlé (1988) fogalmazott meg.

1) Az abc-számhármasok „minőségének" van egy maximális értéke.
2) Bármilyen minőség-értéket választunk, csak véges sok annál nagyobb minőségű számhármas létezik.

A legfontosabb megoldatlan a diofantoszi elemzésben.

Az abc-sejtés állításai

1. Minden $\varepsilon>0$ számhoz létezik $K>0$ konstans, hogy teljesül $c<K*\mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$
2. $\varepsilon>0$ esetén csak véges sok (abc) számhármas van, ahol abc pozitív egész, relatív prímek, $a+b=c$ és $q(abc)>1+\varepsilon$

Az első a gyengébb állítás, a második az erősebb.

Példa

a=5, b=27, c=32

Prímtényezős felbontás

a=5

b=3*3*3

c=2*2*2*2*2

rad(5,27,32)=5*3*2=30

abc számhármas-e

1) 5+27=32
2) Relatív prímek
3) 32>rad(5,27,32)

abc számhármas minősége

q=lg(32)/lg(30)= 1,018975

Az eddigi legnagyobb minőségű számhármas

Eric Reyssat találta 2004-ben: a = 2, b = 6436341, c = 6436343.

Prímtényezői:

a=2

b= 3^{10}*109

c= 23^5

Minőssége: q=1,629912

Számítógépes módszerek

2006-ban a hollandiai Leiden University és a Kennislink tudományos intézet elindította az ABC@Home projektet

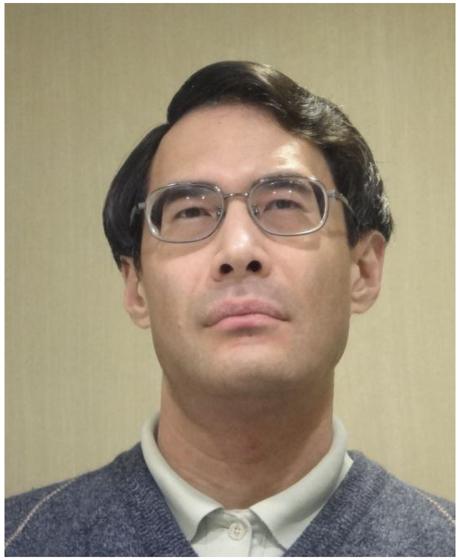
23,8 milliót számhármast találtak

A legnagyobb minőségűek

q	a	b	c	Felfedező
1,6299	2	$3^{10}\cdot 109$	23^5	Eric Reyssat
1,626	11^2	$3^2\cdot 5^6\cdot 7^3$	$2^{21}\cdot 23$	Benne de Weger
1,6235	$19\cdot 1307$	$7\cdot 29^2\cdot 31^8$	$2^8\cdot 3^{22}\cdot 5^4$	Jerzy Browkin, Juliusz Brzezinski
1,5808	283	$5^{11}\cdot 13^2$	$2^8\cdot 3^8\cdot 17^3$	Jerzy Browkin, Juliusz Brzezinski, Abderrahmane Nitaj
1,5679	1	$2\cdot 3^7$	$5^4\cdot 7$	Benne de Weger

Az abc-sejtés bizonyítása

- Lucien Szpiro 2007-ben előállt egy bizonyítással, de nem volt helyes.
- Sinicsi Mocsizuki 2012 augusztusában publikálta a gyenge állítás bizonyítását, de évekig nem értette meg senki.



Mocsizuki bizonyítása

- inter-universal Teichmuller theory néven publikálta,
- 4 dokumentum, összesen 500 oldal,
- jelenősen eltér a standard elmélettől,
- Ivan Fesenko volt az első nem japán tudós, aki 2 év után megértette és belátta a helyességét,
- az első 3 évben csak 4 ember értette meg, de továbbadni ők sem tudták,
- eddig talán 10-20 kutató értette meg.

A bizonyítás következményei

Korábbi tételek bizonyítását teszi egyszerűbbé, és további sejtések bizonyíthatók a felhasználásával:

- Nagy Fermat-tétel
- Fermat-Catalan-sejtés
- Thue–Siegel–Roth-tétel
- Mordell-sejtés
- Erdős–Woods-sejtés
- Végtelen sok nem-Wieferich-prím létezése
- A Marshall Hall-sejtés gyengítése négyzet- és köbszámok szétválasztására
- Tijdeman-tétel általánosítása, Pillai-sejtés
- Ekvivalens a Granville–Langevin-sejtéssel
- Ekvivalens a módosított Szpiro-sejtéssel

Linkek

https://en.wikipedia.org/wiki/Abc_conjecture

https://nitaj.users.lmno.cnrs.fr/abc.html

http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~motizuki/top-english.html

Újságcikkek:
http://elteonline.hu/tudomany/2015/10/17/meg-csak-negyen-ertettek-meg-a-vilagon/
http://index.hu/tudomany/2015/10/16/monty_python_halalos_vicce_a_matematikaban/

Köszönöm a figyelmet.