Az ókori Egyiptom matematikája

„Mit adtak nekünk az Egyiptomiak?”

Rácz Olivér
(KCD56S)

Mi volt az ókori Egyiptom?

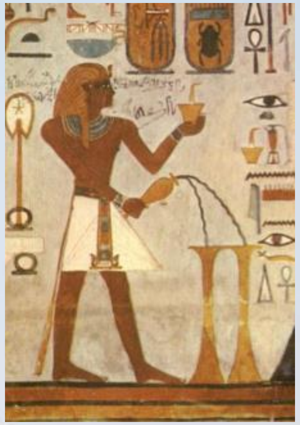
- Hosszú ideig fennállt ókori birodalom.
- Sokak által merevnek, arisztokratikusnak, kasztszerűnek, irracionálisnak tartott nagy folyam menti civilizáció az Északkelet-Afrikában, túlnyomórészt a mai Egyiptom területén.
- Ez a kép azonban félrevezető. Az egyiptomi civilizáció a maga korában nagyon életteli, változatos, sok meglepően modern kulturális jellegzetességet mutató, és a szoborszerű merevségnél sokkal rugalmasabb volt. A görögök és egyéb fiatalabb kultúrák, melyeket ma a modern európai civilizáció kezdeteinek tartunk, a mezopotámiai kultúrák mellett az egyiptomit tekintették mintaképüknek.

Mit tudtak az egyiptomiak?

Szinte kiválóan értetek egyes tudományokhoz, ami ebben korban más birodalmakban elég elmaradott volt, mint például:

- Írás, olvasás ismerete
- Orvostudomány
- Matematika
- Csillagászat

Ezeket az ismereteket több ókori kultúra is átveszi, sőt sokukat a mai napig használjuk



Korabeli számításokat végző férfi egy falfestményen

Mi mindenről lesz szó?

Nehéz feladat egy ekkora terjedelmű dologról összefoglalót készíteni. Ezért csak egy-egy részletén keresztül próbálok belecsípni.

Egy fejlett államszervezet értelmisége számára mindig nélkülözhetetlen bizonyos fokú matematikai-geometriai tudás. Egyiptomban erre mindenekelőtt a gazdasági számításoknál,az életben, az építészetben és a földmérésben volt szükség.

Úgyhogy nem lesz szó fáraókról sem kincsekről, hacsak a matematikát nem tartjuk kincsnek

Hol kezdődött?

Egyiptom hálás lehet kedvező földrajzi fekvésének és fejlett művelési kultúrájának, melynek hála a lakosság egy része felhagyhatott a mezőgazdasági tevékenységgel és a városokba költözött.

Ez lehetővé tette azt is, hogy az eredetileg gát- és csatornaépítésre létrejött szervezetek, illetve az ezeket létrehozó és irányító csoportok elszakadjanak eredeti funkciójuktól, s immáron ne csak gazdasági jellegű építkezésekkel, hanem más, elsősorban vallási és hatalmi jellegű építmények megalkotásával, illetve a társadalomnak vallási és hatalmi igényeket kielégítő struktúráival, e struktúrák kiépítésével és kontrolljával is foglalkozzanak

Kik kezdték?

A korábban felvázoltak lehetővé tették az „írástudó” kaszt megalakulását. Ennek ókori fogalma nemcsak egyszerűen az írni tudó személyt jelentette, hanem azt is, hogy az illető ehhez az ismerethordozó és ismeretőrző réteghez tartozik, s mint ilyen, birtokában van bizonyos ismeretanyagnak és képességeknek.

Ezen összetett struktúrákon belül jelen voltak már olyan ismeretek, melyeket ma, mai fogalmaink alapján matematikai, geometriai, illetve csillagászati jellegű ismeretekként határozhatunk meg

Mikor kezdődött?

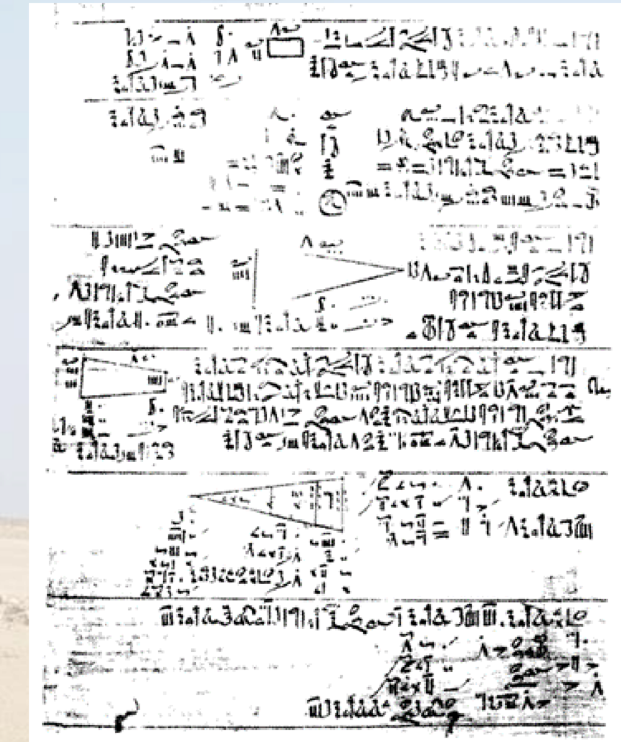
Érdekes, hogy amit matematikából az iskolákban tanítanak, milyen régen fedezték fel. Természetesen a matematika fejlődése az óta sem állt meg.

Az első dinasztia előtti időkből (kb. i.e. 3000) fennmaradt egy királyi jogar, mely azt mutatja, hogy az egyiptomiak már az archaikus időkben is igen fejlett számfogalommal rendelkeztek: a jogaron 120 000 fogoly, 400 000 ökör és 1 422 000 kecske zsákmányul ejtését jegyezték fel.

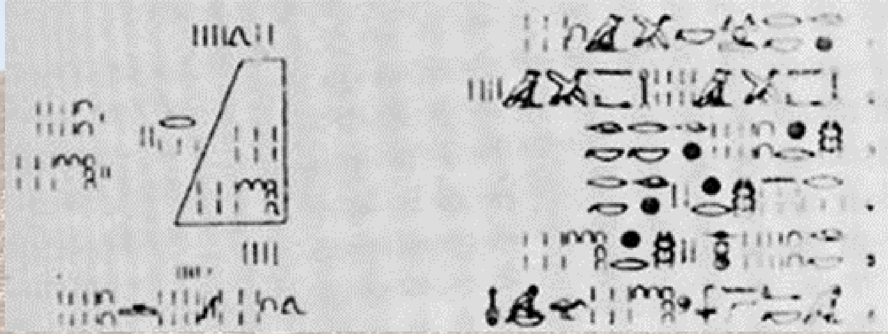
Tehát itt már megjelentek a számok írásos formában.

Honnan tudjuk?

a londoni Rhind -



és a moszkvai Goleniscsev - papiruszokból



E két papiruszon katalogikus, tankönyvszerű összefoglalásban találkozhatunk az egyiptomi matematika és a geometria legfontosabb eredményeivel.

Különös véletlenként mindkét papirusz 5 méter 44 cm hosszú, ám amíg a Goleniscsev-papirusz csak 8 cm, a Rhind-papirusz 33 cm szélességű, s így ez az utóbbi tartalmában jóval gazdagabb és informatívabb, mint a másik.

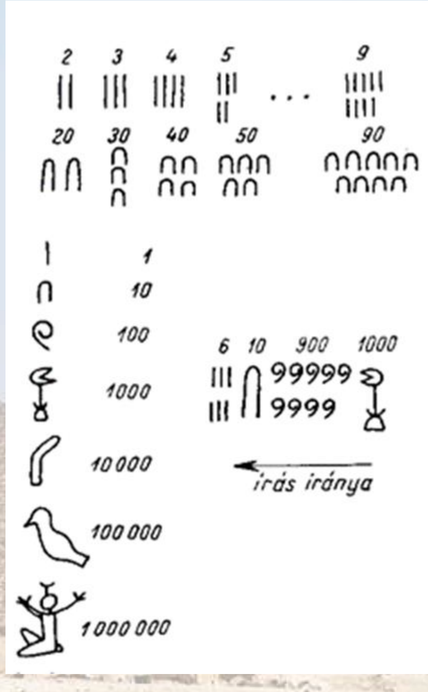
Honnan tudjuk? 2.0

Ezeken a papiruszokon az akkori időkből mintegy 100-110 matematikai problémát és feladatot találhatunk. Részben aritmetikaiakat, részben geometriai jellegűeket.

A Rhind-féle papiruszon olyan táblázat is látható, amely tartalmazza a 2 számlálójú törtek törzstörtekre való bontását az 5-331-ig terjedő páratlan nevezőkre. Az ilyenfajta táblázatok elkészítése bizonyosan rendkívül nehéz lehetett, így a törtekkel ilyen úton való számolás úgyszintén.

Az alapok

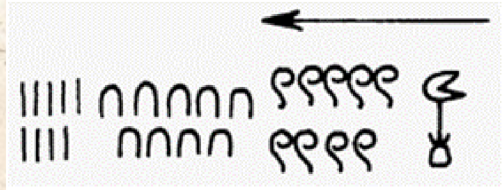
Az egyiptomiak az általunk is ismert tízes számrendszert használták, és a számok jelölésének logikája a mi jelölésünkre hasonlított, azzal a különbséggel, hogy ők nem ismerték a helyiértéket.



Pl. az 1999-es számjel a mi helyiértékes írásmódunkban gyakorlatilag az 1000+900+90+9 összeget jelöli.

Az egyiptomiaknál a tízes számrendszer logikájának és a helyiérték hiányának megfelelően külön jele volt az egynek, a tíznek, a száznak, az ezernek stb., egészen az egymillióig, míg ezeknek a 2-től 9-ig terjedő egészszámú többszöröseit ugyanazon jel többszörös egymás mellé – és egymás alá – írásával fejezték ki.

Így – figyelembe véve azt, hogy az egyiptomi írás jobbról balra haladt – az 1999-es számot a következőképpen írták le

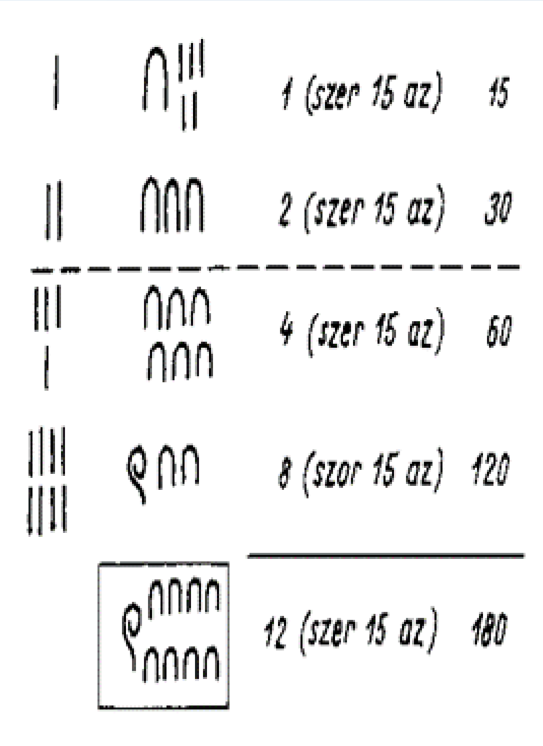


Egy kicsit mélyebbben

Az egyiptomiak használták mind az összeadást, mind a kivonást, mind pedig a szorzást és az osztást. Igaz, ez a két utóbbi igen eltért attól, amit mi ma szorzáson és osztáson értünk: e műveletek az egyiptomiak számára duplázásokból és összeadásokból képzett bonyolult eljárások voltak, melyeket az osztás esetében kiegészített még a kísérletezés is.

A szorzandót mindig megduplázták (tehát 2 hatványaival szorozták), majd megnézték, hogy mely 2 hatványokból állítható elő összeadással a szorzó (tehát gyakorlatilag előállították annak kettes számrendszerbeli alakját), majd a megfelelő hatványokhoz tartozó rész-szorzatokat összeadták

Az ábrán látható példa a 12·15 kiszámítása: 12·15=4·15+8·15



Egyre mélyülünk

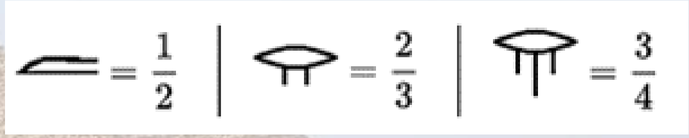
A duplicatio még a középkori Európában is szokásos számolási mód volt. Az egyiptomiak az osztást is erre a szorzásra vezették vissza: az osztót megszorozták 2 hatványaival (tehát mindig duplázták), majd megnézték, hogy az osztandó hogy állítható elő ezen szorzatok összegeként. Az előállításhoz szükséges szorzatokban szereplő 2-hatványok összege kiadja a hányadost.

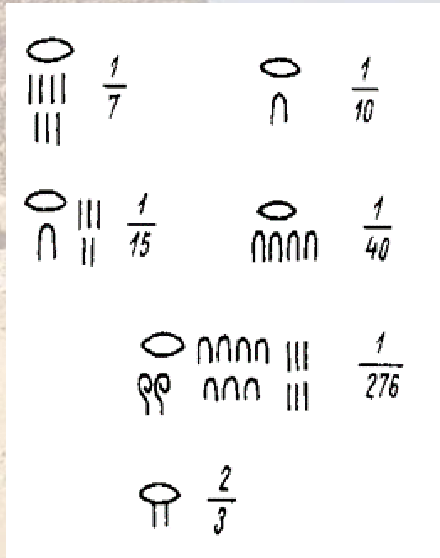
Például a $45:5$ művelet elvégzéséhez szükséges rész-szorzatok: $1\cdot5=5$, $2\cdot5=10$, $2\cdot10=4\cdot5=20$, $2\cdot20=8\cdot5=40$. Miután $45=40+5=8\cdot5+1\cdot5$, ezért a hányados $8+1=9$. Mint látható, már az egyiptomiak is jól definiált számítási eljárást, algoritmust használtak.

A **tört**énet vége felé?

Az egyiptomi matematika egyik igen összetett és komoly ismereteket kívánó, bár a mai szemmel nehézkesnek tűnő területe a törtek egyiptomi kezelése.

Az egyiptomi kultúra – leszámítva az 1 − 1/n alakú 2/3-ot és 3/4-et – csak az 1/n alakú elemi törteket ismerte el törtszámként, az ettől eltérő törtektől “megtagadták” a “szám” státuszát.

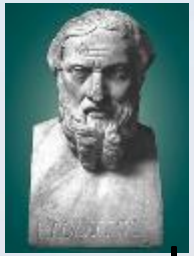




Ennek következményeképpen az osztás és a tört számokat tartalmazó egyéb műveletek eredményének törtrészét mindig 1/n alakú, egymástól különböző nevezőjű törtek összegévé számították át, ami igen elmés, bár nehézkes, bonyolult módon történt

Még nem teljesen

Geometriai számításaik szintén gyakorlati jellegűek: terület- és térfogat-számítási feladatok.

 szerint (aki az egyiptomi kultúra gyakorlati oldalát kutatta), a Nílus évenkénti áradása miatt vált szükségessé a földmérés kifejlesztése, amit zsinór kifeszítésével oldottak meg.

Ezt tarthatjuk a geometria gyökereinek.

A gyökerek megvoltak, hova tovább?

Ki tudták számítani a háromszögek, téglalapok és trapézok területét a ma elfogadott képletekkel (viszonylagosan).

Háromszög alapját két részre osztották, „hogy a háromszög derékszögűvé tessék", majd szorozták a magassággal.

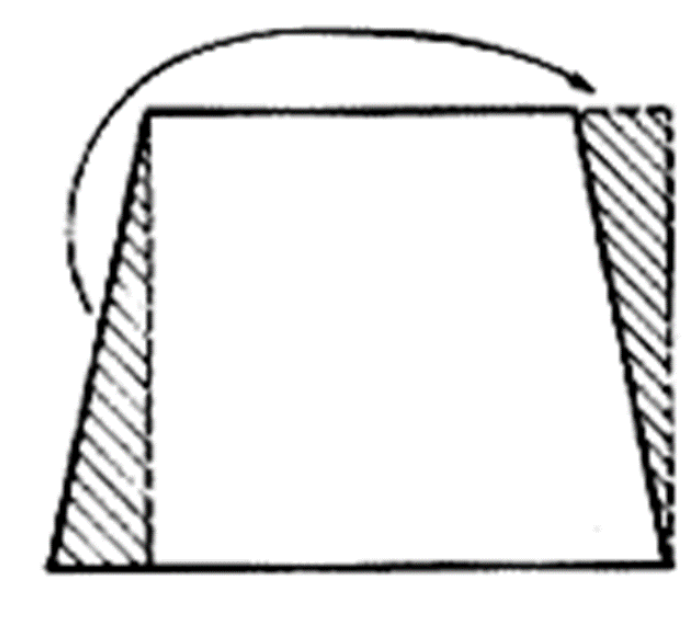
A félgömb felszínének és különböző térfogat-számítási problémák kiszámítására is kidolgozott műveletekkel rendelkeztek.

Az egyik papirusz 20 térfogat- és területszámítással foglalkozó feladatot és azok megoldásait tartalmazza.

Trapéz

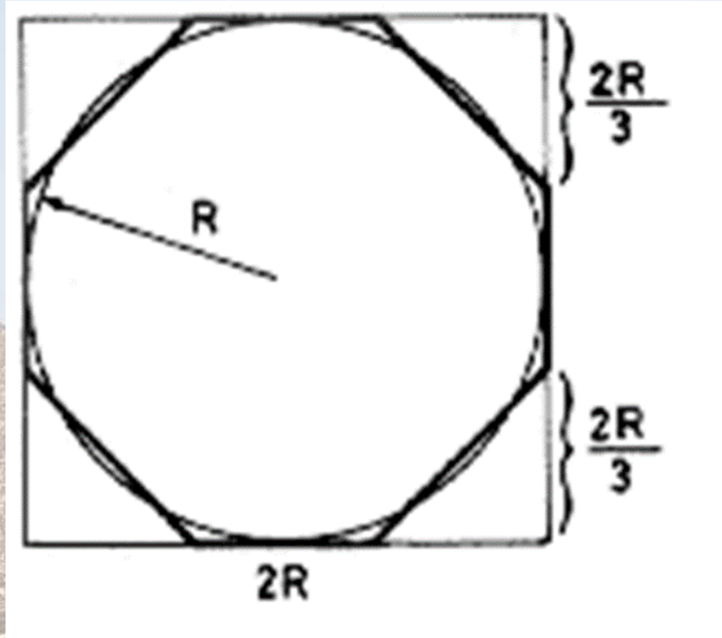
Megtudhatjuk, hogy a 4 és 6 egységnyi alapokkal rendelkező és 20 egység magas szimmetrikus trapéz területe 100, mivel 5 és 20 egység oldalhosszú téglalappá darabolható át.

Szimmetrikus trapéz területének kiszámítása átdarabolással: a trapézt vele egyenlő területű téglalappá darabolhatjuk át.



A kör

Ha a négyzet oldalait három egyenlő részre osztjuk, és az osztópontok ábra szerinti összekötésével kapott négy kis háromszöget levágjuk a négyzetből, akkor egy olyan nyolcszöget kapunk, amelynek területe közelítőleg a négyzetbe írt kör területe.

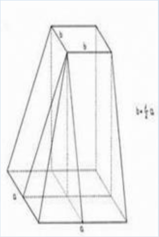


A nyolcszög területe egy átmérő oldalhosszú négyzet területének és két egyharmad átmérő oldalhosszú kisebb négyzet területének a különbsége.

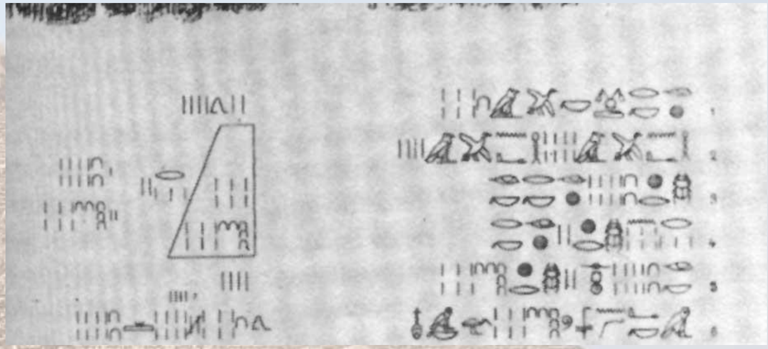
Az egyiptomiak még nem használtak a mai értelemben vett matematikai képleteket, a nyolcszög segítségével kapott közelítésüket ma így írnánk: t = 28/9 2r. A kör területszámításának ez a módszere a π 3,111 értékének felel meg.

A csúcs

Az egyiptomi matematika csúcsteljesítménye a moszkvai papiruszon található. Egy csúcs nélküli csonka gúla személyében.



A feladat különösen nagy jelentőségű, mivel megad egy módszert a csonka testek térfogatának kiszámítására.

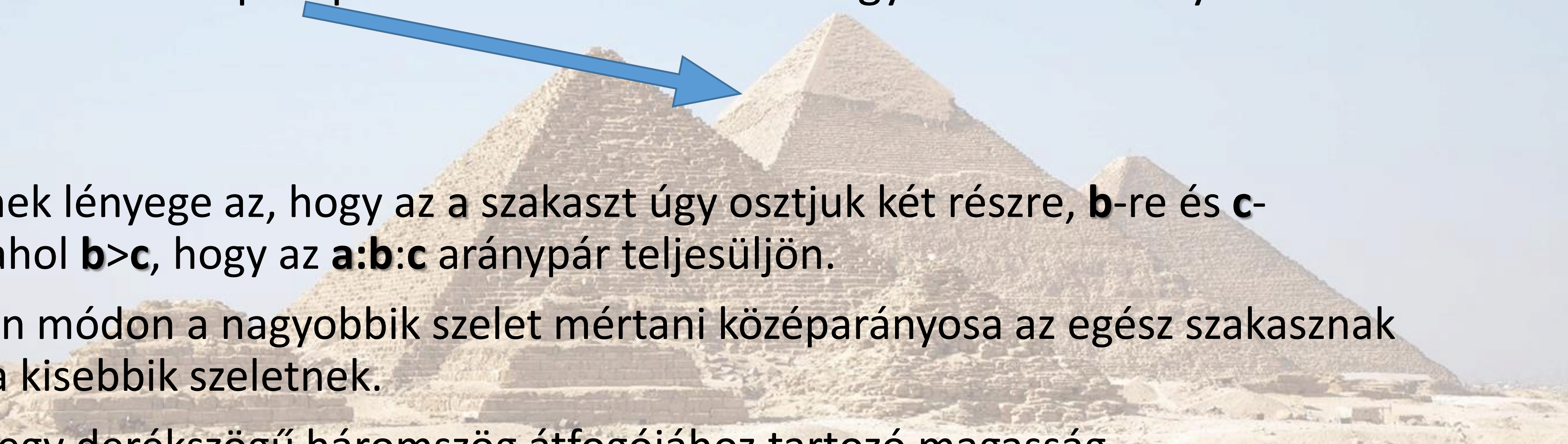


A térfogatot képlet alapján számították, ahol „h" a magasságot, „a" az alapélt, „b" pedig a fedőlap oldalát jelölte. Ha a gúla köbtartalmát felbontjuk egy „b" alapélű, „h" magasságú négyzetes hasábra, két „b" magasságú, háromszög alapú hasábra és egy gúlára, ekkor a térfogat a képlettel számolható ki.

$$V = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$$

Hogy ne csak a háttérben bujdokoljanak

Geometriai ismereteikben felfedezhető – és erre nagyszerű példa a Kheopsz- piramis szerkezete – az úgynevezett aranymetszés.



Ennek lényege az, hogy az **a** szakaszt úgy osztjuk két részre, **b**-re és **c**-re,ahol **b**>**c**, hogy az **a**:**b**:**c** aránypár teljesüljön.

Ilyen módon a nagyobbik szelet mértani középarányosa az egész szakasznak és a kisebbik szeletnek.

Ha egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasság aranymetszéssel osztja ketté az átfogót, akkor ezt a háromszöget

Kepler- háromszögnek nevezzük, bár ők még valószínűleg nem így hívták.

Források

- www.egyiptom.network.hu
- www.termeszetvilaga.hu
- https://en.wikipedia.org/wiki/Ancient_Egyptian_mathematics
- https://en.wikipedia.org/wiki/Rhind_Mathematical_Papyrus
- https://en.wikipedia.org/wiki/Moscow_Mathematical_Papyrus
- http://www.bethlen.hu/matek/mathist/forras/Csonkagula_terfogata.htm

Köszönöm a figyelmet