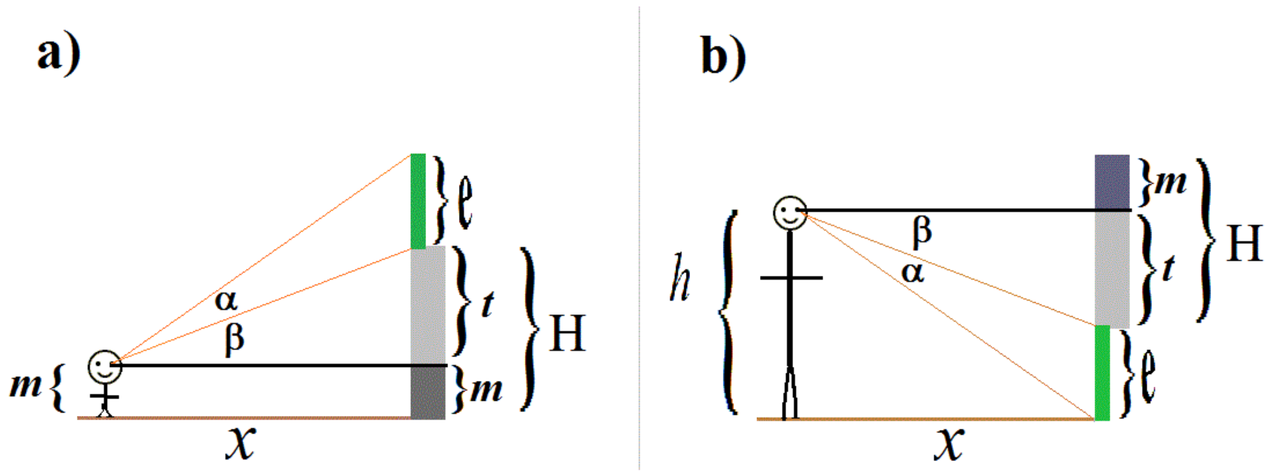
Legnagyobb látószög



Mindkét ábrán α -t kell **maximalizálnunk** x függvényében, ℓ és t paraméterek. (A többi paraméter lényegtelen: $H = t + m$ illetve $h = t + \ell$.)

A két ábra között nincs lényeges különbség: a szemünk vízszintes vonalában levő (fekete) egyenesre tükrözve a két ábra ugyanaz lesz.

$tg\,(\alpha)$ -t számoljuk ki és ezt maximalizáljuk, de $tg\,(\alpha)$ -t sajnos csak kerülő úton tudjuk kiszámolni $tg\,(\alpha+\beta)$ és $tg\,(\beta)$ felhasználásával, a $tg\,(u-v) = \frac{tg(u)-tg(v)}{1+tg(u)\cdot tg(v)}$ képlet segítségével:

$$tg\,(\alpha) = tg\,((\alpha+\beta)-\beta) = \frac{tg\,(\alpha+\beta) - tg\,(\beta)}{1 + tg\,(\alpha+\beta)\cdot tg\,(\beta)} = \frac{\dfrac{\ell+t}{x} - \dfrac{t}{x}}{1 + \dfrac{\ell+t}{x}\cdot\dfrac{t}{x}} = \frac{(\ell+t)\,x - tx}{x^2 + (\ell+t)\,t} =$$

$$= \frac{\ell x}{x^2 + (\ell+t)\,t}\ ,$$

tehát az $f\,(x) = \dfrac{\ell x}{x^2 + (\ell+t)\,t}$ függvényt kell minimalizálnunk az $x > 0$ intervallumon.

$$f\,'(x) = \frac{\ell\cdot[x^2 + (\ell+t)\,t] - 2x\cdot\ell x}{[x^2 + (\ell+t)\,t]^2} = \frac{\ell t\,(t+\ell) - \ell x^2}{[x^2 + (\ell+t)\,t]^2} = 0$$

megoldása $\boxed{x = \sqrt{t\,(t+\ell)} = \sqrt{th} = \sqrt{h\,(h-\ell)}\ .}$

Ellenőrzés: Könnyen látható, hogy $f\,'(x)$ *számlálója* $-\sqrt{th} < x < \sqrt{th}$ tehát $0 < x < \sqrt{th}$ esetén pozitív, vagyis $f\,(x)$ itt **növekvő**, míg $\sqrt{th} < x$ esetén $f\,'(x)$ *számlálója* negatív, vagyis $f\,(x)$ ekkor **csökkenő** ($f'\,(x)$ *nevezője* mindig pozitív).

dr.Szalkai István, szalkai@almos.uni-pannon.hu , Veszprém, 2014.10.30.