

## 5. ALKALMAZÁSAI

### /I/ Terület kiszámítása

#### a./ Descartes koordinátarendszer

1./  $f(x) = x^2$  és  $g(x) = x+2$  görbék között

2./  $\sin$  - függvény és  $x$  tengely között

3./ Negyedkör ill. ellipszis területe

4./  $f(x) = \frac{1}{x}$  és  $g(x) = \frac{5}{2} - x$  görbék között

5./  $y^2 = 4(x^2 - x^4)$  un. Lemniskáta-levél területe

#### b./ Paraméteres

$$\begin{cases} x = 5t \\ y = 10t + 3t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = 3t^3 \end{cases} \quad \text{/Neil-féle szemikubikus parabola/}$$

/ciklois/  $\begin{cases} x = r(t - \sin(t)) \\ y = r(1 - \cos(t)) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases} \quad \text{/asztrois/}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Ellipszis/} & x = a \cdot \cos(t) \\ & y = b \cdot \sin(t) \end{array} \quad \begin{array}{ll} & x = a \cdot \cosh(t) \\ & y = b \cdot \sinh(t) \end{array} \quad \text{/hiperbola/}$$

$$\begin{array}{ll} \text{/x/} & x = a \left( \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{t}{2} \right) \right) + \cos(t) \right) \\ \text{/Traktrix/} & y = a \cdot \sin(t) \end{array} \quad \begin{array}{ll} & x = a(2\cos(t) + \cos(2t)) \\ & y = a(2\sin(t) + \sin(2t)) \end{array} \quad \text{/kardioid/}$$

### c./ Polár koordinátarendszer

$$r = a \sqrt{\cos(2\varphi)} \quad \text{/Lemniskáta/}$$

$$r = 2e^{3\varphi} \quad \text{/Logaritmikus spirális/}$$

$$r = 2(1 + \cos(\varphi)) \quad \text{/Kardioid/}$$

$$r = 3\cos(\varphi) + 4 \quad \text{/Pascal csiga/}$$

$$r = \frac{a \sin^2(\varphi)}{\cos(\varphi)} \quad \text{/Cisszois/} \quad r = a\varphi \quad \text{/Archimedeszi spirális/}$$

### /II/ Ivhossz kiszámítása

#### a./ Descartes koordinátarendszer

$$1./ f(x) = x^{3/2} \quad 2./ f(x) = \ln(x) \quad 3./ f'(x) = x^2$$

$$4./ f(x) = \cosh(x) \quad 5./ f(x) = \ln(x^2 - 1) \quad 6./ f(x) = e^x$$

$$7./ f(x) = \ln(\cos(x)) \quad 0 \leq x \leq \pi/4 \quad 8./ f(x) = \ln(\sin(x)) \quad \pi/6 \leq x \leq \pi/2$$

$$9./ a./ f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \quad b./ f(x) = (x-1)^2$$

$$c./ f(x) = \frac{2}{3}(1-x)^{3/2}$$

### b./ Paraméteres

$$(1 - \sin 2t, 4 - \cos 2t) \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$(3t, 1-4t, 7t+2, -t) \quad t \in [1, 2]$$

$$(a \cos^3 t, a \sin^3 t) \quad \text{/Asztrois/} \quad [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$(a \cos t, b \sin t) \quad \text{/Ellipszis, kör/} \quad [0, 2\pi]$$

$$(r(t - \sin t), r(1 - \cos t)) \quad \text{/Ciklois/} \quad [0, 2\pi]$$

$$(a(\ln t \frac{t}{2} + \cos t), a \sin t) \quad \text{/Traktrix/}$$

2 mm menetemelkedésű, 10 mm átmérőjű, 8 mm hosszú csavar-  
vonal hossza

### c./ Polárkoordinátarendszer

$$r = a\varphi \quad \text{/Archimedeszi spirális/}$$

$$r = 2e^{3\varphi} \quad \text{/logaritmikus spirális/}$$

$$r = \frac{5}{\varphi} \quad \text{/Hiperbolikus spirális/}$$

$$r = 2(1 + \cos(\varphi)) \quad \text{/Kardioid/}$$

### /III/ FORGATEST FELSZINE

1./ Gömb, forgási ellipszoid felszine

2./ Parabolatükör /forgási paraboloid/ felszine/

3./ Katenoid /=láncgörbe,  $y = \operatorname{ch}(x)$  megforgatása/ felszine

4./ a./  $y = \sin(x)$  b./  $y = 3x^{2/3}$

c./  $y = \ln(x)$  d./  $y = \sqrt{4-2x}$  görbék forgatásával  
kapott test felszine

5./ Ciklois.....

6./ Asztrois.....

7./  $x = \cos(2t)$   
 $y = \sin(t)$  .....

8./  $x = 3t^2$   
 $y = 4t^3$  .....

9./  $x = \operatorname{sh}(t)$   
 $y = \operatorname{ch}(t)$  .....

10./ \* Tórusz felszine  
/Guldin tételével/

#### IV. Forgástest térfogata

1./  $y = \frac{1}{1+x}$  görbe megforgatásával kapott test térfogata

2./  $y = \frac{1}{1+x^2}$   $x \in [-2, 8]$  .....

3./ Kup térfogata

4./ Gömb térfogata

5./  $y = \sin(x)$

6./  $y = \operatorname{sh}(x)$

7./  $y = x^2 + 2$

8./  $\frac{2}{\sqrt{x}}$

9./  $y = \ln(x)$

10./  $x \operatorname{sh}(x)$

11./ ciklois

12./ Gömbréteg térfogata

13./  $x = \sin t$   
 $y = t$

14./  $x = e^t$   
 $y = t$

15./  $x = \operatorname{sh}(t)$   
 $y = \operatorname{ch}(t)$   
/hiperbola/

16./  $(x-a)^2 + y^2 = R^2$   
megforgatása y tengely  
körül /Tórusz/

/V/ SULYPONT kiszámítása

1./  $y = \operatorname{ch}(x)$   $x \in [0,1]$  ívdarab

2./ R sugaru hatod-körív /Paraméteres alakban/

3./  $y = \sqrt{x}$   $x \in [0,4]$  görbe és  $x$  tengely közötti lemez  
súlypontja

4./ Ellipszis I sík negyedbe eső része, mint lemezdarab súlypontja

5./ Körkup súlypontja

6./ Félgömb súlypontja /paraméteresen/

7./ Kupfelület súlypontja  
Félgömbfelület súlypontja

8./  $f(x) = \sqrt{x-1}$  ,  $x \in [1,2]$

$g(x) = \sqrt[4]{x}$  ,  $x \in [0,2]$

$h(x) = \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$  ,  $x \in [0,\pi]$

$i(x) = \frac{1}{x^2}$  ,  $x \in [\frac{1}{2},2]$

görbék és  $x$  tengely által meghatározott lemez súlypontja

9./  $y = 1-x^2$   $y = \frac{1}{(2x-1)^2}$

görbék megforgatásával kapott test súlypontja

10./  $y = 2\operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right)$  görbe megforgatásával kapott felület súlypontja

/VI/ Egyéb alkalmazások

- 1./ Számítsa ki egy  $R$  sugaru kör párhuzamos hurjainak átlagos hosszát.
- 2./ Számítsa ki egy parabola-keresztmetszetű csatorna átlagos mélységét.