

VEMIMAP146B - 2. gyakorló feladatsor

1. Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$. Tekintsük az alábbi A -ból B -be definiált megfeleltetéseket. Adja meg az alábbi megfeleltetések értelmezési tartományát, értékkészletét, és ábrázolja a megfeleltetést nyíldiagramon! Döntse el, hogy a megfeleltetés leképezés-e!
 - (a) $\rho_1 = \{(1, b), (1, e), (3, a), (3, b), (3, e), (4, b), (4, d)\}$,
 - (b) $\rho_2 = \{(1, e), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b), (3, e), (4, a), (4, b), (4, d)\}$,
 - (c) $\rho_3 = \{(1, c), (3, a), (3, b), (4, a), (4, b), (4, c), (4, d), (4, e)\}$,
 - (d) $\rho_4 = \{(1, c), (2, a), (3, b), (4, a)\}$,
 - (e) $\rho_5 = \{(1, e), (2, e), (3, e), (4, e)\}$,
 - (f) $\rho_5 = \{(2, b), (2, c), (3, e), (4, a)\}$.

2. Határozza meg az alábbi megfeleltetések értelmezési tartományát és értékkészletét! Melyek leképezések közülük?
 - (a) $\{(x, y) : x \geq y\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$
 - (b) $\{(x, y) : y^2 = x\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}_0$
 - (c) $\{(x, y) : y = x^2\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
 - (d) $\{(x, y) : y^2 = x\} \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{Z}$
 - (e) $\{(x, y) : y = \operatorname{tg} x\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
 - (f) $\{(x, y) : x \text{ és } y \text{ relatív prím}\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

3. Adja meg az alábbi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények értelmezési tartományát és értékkészletét! Rajzolja fel a függvények grafikonját is!
 - (a) $f(x) = \sqrt{x}$
 - (b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$
 - (c) $f(x) = \sin 2x + 1$
 - (d) $f(x) = 2 - (x - 1)^2$
 - (e) $f(x) = \lg x^2$
 - (f) $f(x) = 2^{-x} + 3$

4. Adja meg, hogy az alábbi leképezések közül melyik injektív, szürjektív ill. bijektív?
 - (a) $\mathbb{R} \rightarrow [0, \infty) \quad x \mapsto x^4$
 - (b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \operatorname{tg} x$
 - (c) $[0, \pi] \rightarrow [-1, 1], \quad x \mapsto \sin x$
 - (d) $\mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \quad x \mapsto \cos x$
 - (e) $[3, 5] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto (x - 2)^2$
 - (f) $[1, 3] \rightarrow [-1, 1], \quad x \mapsto (x - 2)^3$

5. Az alábbi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényekre adja meg az $f \circ g$ és $g \circ f$ összetett függvényeket!
 - (a) $f(x) = x^3, \quad g(x) = x - 4$
 - (b) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}, \quad g(x) = 3x + 1$
 - (c) $f(x) = 3^x, \quad g(x) = 2x + 5$
 - (d) $f(x) = \sin x, \quad g(x) = x^2 - 1$
 - (e) $f(x) = 3x + 2, \quad g(x) = 4x - 1$
 - (f) $f(x) = x^2, \quad g(x) = \lg x$

6. Keressen olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényeket, hogy $h = f \circ g$ teljesüljön!
Adjon meg esetleg több lehetséges f és g függvényt is!

(a) $h(x) = \cos(4x - 3)$

(b) $h(x) = 5 \cdot 7^{2x-6} + 9$

(c) $h(x) = \lg(\sin(5x))$

(d) $h(x) = (2x - 3)^5 + 10$

(e) $h(x) = \sin^3 4x$

(f) $h(x) = 3^{\sin 2x}$