Lineáris algebra **Név:…………………………..**
VEMKMA1143v 01 nappali **Neptun kód:………………….**
2018. október 26. **C** **Gyakorlat vezető: …………….**

1.
$$e: \begin{array}{ccccc} x & = & 1 & + & t \\ y & = & 4 & & \\ z & = & 3 & + & 2t \end{array}$$

a) Írja fel annak az f egyenesnek a <u>paramétermentes</u> egyenletrendszerét, amely párhuzamos az e egyenessel, és áthalad a $Q=(4,\ -1,\ 2)$ ponton!

b) Írja fel annak a síknak az egyenletét, amely tartalmazza az e egyenest és a $P=(3,\ 7,\ 4)$ pontot!

(6 pont)

2. $\underline{a}_1 := (1,0,3,2)$; $\underline{a}_2 := (0,0,1,0)$; $\underline{a}_3 := (1,1,2,1)$;
$\underline{a}_4 := (0,1,3,5)$; $\underline{a}_5 := (3,2,13,10)$. $H := \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$

Bázistranszformációt alkalmazva válaszoljon az alábbi kérdésekre! (Indoklás!)

a) Bázist alkotnak-e az $\Re^4$ vektortérben az $\underline{a}_1$, $\underline{a}_2$, $\underline{a}_3$, és $\underline{a}_4$ vektorok? Ha igen, akkor adja meg az $\underline{a}_5$ vektor ezen bázisra vonatkozó koordinátáit!

b) Van-e olyan vektor az $\Re^4$ vektortérben, amely <u>nem</u> állítható elő a H vektorainak lineáris kombinációjával?

c) Legyen

$$V_1 := \{\lambda_1 \cdot \underline{a}_1 + \lambda_2 \cdot \underline{a}_2 \mid \lambda_1, \lambda_2 \in \Re\}, \qquad V_2 := \{\lambda_1 \cdot \underline{a}_3 + \lambda_2 \cdot \underline{a}_4 \mid \lambda_1, \lambda_2 \in \Re\}$$

Igaz-e hogy $\Re^4 = V_1 \oplus V_2$? Válaszát indokolja! Ha igen, akkor bontsa fel az $\underline{a}_5$ vektort V_1 és V_2-be eső összetevőkre!

(8 pont)

3. Egy bázistranszformációs eljárás során a következő táblázathoz jutottunk:

bázis	$\underline{a}_1$	$\underline{a}_2$	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_5$
$\underline{e}_1$	0		0		
$\underline{a}_2$	5		3		
$\underline{a}_5$	0		0		
$\underline{a}_4$	0		7		

Számolás nélkül válaszoljon az alábbi kérdésekre!(Indoklás!)

a) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

b) Adja meg a $H=\{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$ vektorhalmaz egy maximális lineárisan független részhalmazát!

c) Van-e a H vektorhalmaznak 2 vektorból álló lineárisan független, illetve 2 vektorból álló lineárisan összefüggő részhalmaza?

d) Előállítható-e az $\underline{a}_3$ vektor az $\underline{a}_1$ és $\underline{a}_2$ vektorok lineáris kombinációjaként? (5 pont)

4. $A := \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$; $B := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$; $C := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$; $D := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

a) Melyik létezik az alábbi mátrixok közül? Amelyik létezik, azt számítsa ki!

$A^T \cdot C \cdot B$, $A \cdot C^T \cdot B^T$, $(B^T \cdot B + 2D) \cdot B^T$

b) Határozza meg a D mátrix rangját! (6 pont)