

B.

1. $A := \begin{bmatrix} 2 & c & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix};$.

Milyen c valós paraméter esetén invertálható az A mátrix? (3 pont)

2.

$$x_1 + 2x_2 + \quad \quad 5x_4 = 3$$

$$\quad \quad x_2 - x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 9x_4 = 5$$

- a) Oldja meg bázistranszformációt alkalmazva a fenti lineáris egyenletrendszert!
b) Van-e az egyenletrendszernek két különböző megoldásvektora? Ha igen, adjon rá példát!
c) Adja meg az egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát!

(7 pont)

3. $\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (2x_1 - x_2, x_1 + 4x_2)$

- a) Injektív-e az \mathcal{A} lineáris transzformáció? Ha igen, akkor adja meg az inverz transzformációt (típusát és hozzárendelési szabályát)!

- b) Adja meg azt a \mathcal{B} lineáris leképezést (típusát és hozzárendelési szabályát), amelynek a mátrixa $B := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$!

- c) Határozza meg a \mathcal{B} lineáris leképezés magterét! Injektív-e a \mathcal{B} lineáris leképezés?

(8 pont)

4. Tekintsük az alábbi lineáris transzformációt!

$$A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad (x_1, x_2, x_3) \mapsto (5x_1, x_1 + 2x_2, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3)$$

Határozza meg a fenti lineáris transzformáció sajátértékeit és a sajátértékek algebrai multiplicitását!

Válassza ki a legkisebb sajátértéket és határozza meg a hozzá tartozó sajátalteret és a kiválasztott sajátérték geometriai multiplicitását! Adjon meg egy sajátvektort!

(7 pont)