# MA1344i - 6. gyakorló feladatsor

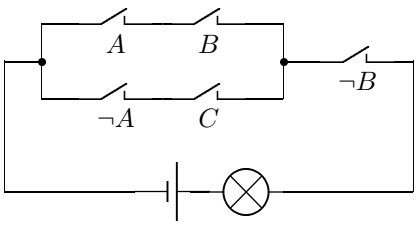
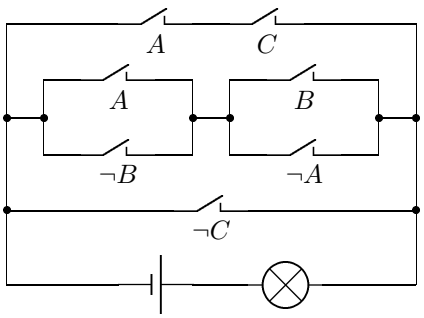
1. Elemi ítéletek változóval helyettesítésével formalizálja az alábbi kijelentéseket:
   (a) Ha holnap esik a hó, és süt a nap, elmegyünk szánkózni.
   (b) Sem olvasni, sem tévét nézni nem fogok.
   (c) Éva matematikát vagy tévét néz, és este korán lefekszik. Ha későn fekszik le, akkor álmos lesz reggel. Csak akkor vizsgázik sikeresen, ha matematikát tanul, de nem néz tévét, és nem álmos reggel.

2. Adja meg a következő logikai formulák igazságtáblázatait:
   (a) $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \wedge B)$
   (b) $(A \vee B) \wedge (A \rightarrow (\neg B))$
   (c) $(\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow (B \vee (\neg C))$
   (d) $\neg((\neg(A \vee B)) \wedge (\neg C))$
   (e) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge ((\neg B) \vee A)$
   (f) $(\neg B) \rightarrow ((A \vee B) \wedge (\neg C))$

3. Mutassa meg a következő logikai ekvivalenciákat:
   (a) $A \rightarrow (\neg A) \equiv \neg A$
   (b) $(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A) \equiv (\neg A) \wedge B$
   (c) $A \vee ((\neg A) \wedge B) \equiv A \vee B$
   (d) $(A \wedge B) \rightarrow C \equiv A \rightarrow (B \rightarrow C)$
   (e) $\neg((A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))) \equiv ((\neg A) \wedge B) \vee ((\neg B) \wedge A)$
   (f) $\neg(A \rightarrow (B \wedge C)) \equiv (A \wedge (\neg B)) \vee (A \wedge (\neg C))$

4. Adja meg az alábbi fomulák teljes diszjunktív normálformáit:
   (a) $(A \rightarrow B) \vee (B \wedge (\neg A))$
   (b) $(A \vee B) \wedge (\neg(A \vee (\neg B)))$
   (c) $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg A)$
   (d) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)$
   (e) $(\neg(A \vee C)) \wedge (B \vee (\neg A))$
   (f) $(A \wedge B) \leftrightarrow ((\neg C) \vee A)$

5. Mutassa meg, hogy az alábbi logikai formulák tautológiák:
   (a) $((A \vee B \vee C) \wedge (\neg B) \wedge (\neg C)) \rightarrow A$
   (b) $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$
   (c) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee C) \rightarrow B))$
   (d) $((\neg A) \rightarrow (\neg B)) \rightarrow (B \rightarrow A)$
   (e) $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$
   (f) $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$

6. Adja meg az alábbi áramköröknek megfelelő logikai formulákat:
   (a)
   
   
   (b)
   
   

7. Rajzoljon fel olyan kapcsolókból álló áramköröket, amelyek a következő formuláknak felelnek meg:

   (a) $(A \wedge (B \vee (\neg C))) \vee ((\neg A) \wedge (C \vee (\neg B)))$ (b) $(\neg A) \wedge (A \vee B)$

   (c) $(A \wedge (B \vee (\neg A))) \vee (B \wedge (A \vee (\neg B)))$ (d) $(A \vee (B \wedge C)) \wedge ((\neg A) \vee C)$

8. Tervezzen olyan kapcsoló áramkört, amely segítségével egy szobában elhelyezett lámpát négy kapcsoló segítségével lehet bekapcsolni, mégpedig úgy, hogy pontosan akkor ég a lámpa, ha

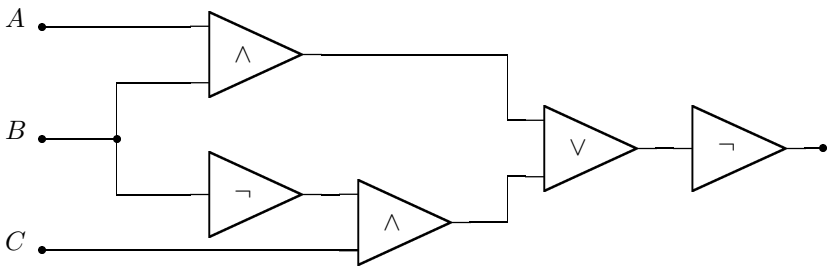
   (a) legalább 3 kapcsoló van bekapcsolva;

   (b) az 1. számú kapcsoló be van kapcsolva, vagy az 1. számú kapcsoló ki van kapcsolva, de a 2., 3. és 4. kapcsolók közül legalább 2 be van kapcsolva.

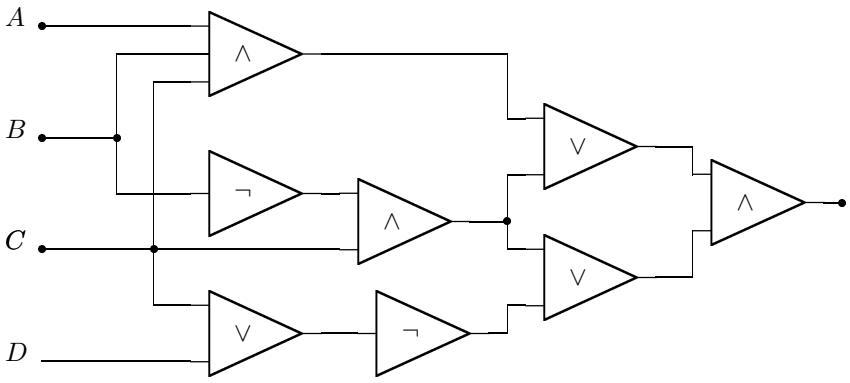
   (c) bármely kapcsoló elfordításakor a lámpa kigyullad, ha addig nem égett, illetve elalszik, ha addig égett.

9. Adja meg az alábbi kapuhálózatoknak megfelelő logikai formulákat:

   (a)




   (b)




10. Rajzoljon fel olyan kapuhálózatokat, amelyek a következő formuláknak felelnek meg:

    (a) $(A \wedge ((\neg B) \vee C)) \vee ((\neg A) \wedge (B \vee (\neg C)))$ (b) $(\neg A) \wedge (A \vee B) \wedge (C \vee (\neg B))$

    (c) $(\neg(A \vee B \vee D)) \wedge (B \vee (A \vee (\neg C)))$ (d) $(A \vee (B \wedge C)) \wedge ((\neg B) \vee C)$

11. Kilégíthetők-e a következő logikai formulák halmazai?

    (a) $\{A \rightarrow (\neg B),\ (\neg C) \wedge A,\ B \vee A\}$

(b) $\{(A \wedge (\neg B)) \vee C,\ C \to (\neg A),\ A \vee (\neg C)\}$

(c) $\{A \leftrightarrow (B \vee A),\ C \wedge (B \vee (\neg A)),\ (\neg C) \wedge A\}$

12. Helyesek-e az alábbi következtetések?

(a) $A \to (B \wedge C),\ (\neg C) \vee B,\ A \vee C \models B \vee C$

(b) $A \vee B,\ B \models \neg A$

(c) $A \vee B \vee C,\ (\neg A) \wedge (\neg B) \models C$

(d) $A \to B,\ B \to C,\ A \models C$

(e) $A \to B,\ C \to D,\ (\neg B) \wedge D \models A \wedge C$

(f) $A \to B,\ B \to A \models A \leftrightarrow B$

13. Helyesek-e az alábbi következtetések?

(a) Ha piros hó esik és nem fúj a szél, akkor harangoznak. Tehát ha piros hó esik és nem harangoznak, akkor fúj a szél.

(b) Süt a nap vagy fúj a szél. Ha fúj a szél, akkor hideg van. Hideg van és nem süt a nap. Tehát fúj a szél és hideg van.

(c) Ha fúj a szél, akkor süt a nap vagy hideg van. Nem fúj a szél vagy süt a nap. Tehát ha süt a nap, akkor nincs hideg.