

## MA1344i - 5. gyakorló feladatsor

- Mutassa meg, hogy a következő halmazok megszámlálhatók:
  - a  $-20$ -nál nagyobb páros egész számok halmaza;
  - prímszámok halmaza;
  - a térben az egész koordinátájú pontok halmaza;
  - racionális együtthatójú  $n$ -edfokú polinomok halmaza;
  - egész együtthatójú (tetszőleges fokszámú) polinomok halmaza;
  - egész együtthatójú (tetszőleges fokszámú) polinomok gyökeinek (azaz az ún. algebrai számok) halmaza;
  - egy megszámlálható  $X$  halmaz összes véges részhalmazaiból álló  $\mathcal{H}$  halmazrendszer;
- Mutassa meg, hogy ha egy leképezés értelmezési tartománya megszámlálható, akkor értékészlete véges vagy megszámlálható!
- Adjon meg bijekciót a két halmaz között!
  - $[0, 1]$  és  $[-3, 5]$
  - $[0, 1]$  és  $[0, 1)$
  - $[2, 10)$  és  $[2, \infty)$
  - $(0, 1)$  és  $(-\infty, \infty)$
  - $[0, 1] \cup \{-1, 3, 5\}$  és  $[0, 1]$
  - $[0, 1) \cup (1, 2]$  és  $(2, \infty)$
- Legyen  $A$  kontinuum számosságú,  $B$  pedig megszámlálható. Mutassa meg, hogy
  - $A \cup B$
  - $A \setminus B$kontinuum számosságú!
- Mekkora az irracionális számok halmazának számossága?
- Mutassa meg, hogy a  $0$  és  $1$  számjegyekből álló végtelen számsorozatok halmaza kontinuum számosságú!
- Mutassa meg, hogy ha  $A$  kontinuum számosságú, akkor  $A \times \{0, 1\}$  is kontinuum számosságú!
- Mutassa meg, hogy a  $[0, 1] \times [0, 1]$  négyzet pontjainak halmaza kontinuum számosságú!
- Mutassa meg, hogy  $\mathbb{R}^2$  kontinuum számosságú!