

MA4312m - 2. gyakorló feladatsor
elsrendű differenciálegyenletek alkalmazásai

1. A rádium-226 izotópfelezési ideje 1620 év. Számítsa ki, hány év kell ahhoz, hogy az izotóp kezdeti tömege háromnegyed részére csökkenjen?
2. A thorium-243 izotóp felezési ideje 24.5 nap. Tegyük fel, hogy egy konténerben kezdetben 100 mg thorium-243 izotóp van, amelyhez egyenletes 1 mg/nap sebességgel folyamatosan adagolunk további radioaktív anyagot.
 - (a) Határozza meg az izotóp $Q(t)$ tömegét az idő függvényeként!
 - (b) Határozza meg $Q(t)$ határértékét, ha $t \rightarrow \infty$!
 - (c) Tegyük fel, hogy k mg/nap állandó sebességgel adagolunk thorium-243 izotópot a konténerbe. Mekkora legyen k , hogy a konténerben levő thorium mennyiség állandó legyen?
3. Tegyük fel, hogy egy S_0 összeget befizetünk egy folyamatos kamatozású bankszámlára.
 - (a) Adja meg a kamat függvényeként azt a T időpontot, amely elteltével a bankszámlán levő pénz megduplázódik!
 - (b) Keresse meg azt a kamatlábat, amely esetén a befektetett pénz 8 év alatt duplázódik meg!
4. Egy tartály kezdetben 120 liter tiszta vizet tartalmaz, majd a tartályba γ g/l koncentrációjú só oldat folyik be 2 l/perc állandó sebességgel és a jól elkevert folyadék azonos sebességgel ki is folyik a tartályból. Adja meg a tartályban levő só mennyiségét az idő (és γ) függvényeként! Határozza meg a só mennyiség határértékét, ha $t \rightarrow \infty$!
5. Egy 500 literes tank kezdetben 200 liter oldatot tartalmaz, amelyben 25 kg só van feloldva. 0.25 kg/l koncentrációjú sóoldat ömlik a tartályba 3 l/perc állandó sebességgel, és a jól elkevert oldat 2 l/perc sebességgel folyik ki a tartályból. Állapítsa meg, mennyi só van a tartályban abban a pillanatban, amikor túlcscordul a folyadék!
6. Egy élesztőgomba-tenyészetben az aktív fermentum mennyisége a pillanatnyi mennyiséggel arányosan növekszik. Ha 40 perc alatt ez a mennyiség megkétszereződik, hányszorosa lesz a jelenleginek 3 óra múlva?
7. Egy 0.25 kg tömegű labdát függőlegesen feldobunk 20 m/s kezdősebességgel egy 30 m magas épület tetejéről. Feltesszük, hogy a légellenállás a labdára elhanyagolható.
 - (a) Milyen magasra emelkedik a labda?
 - (b) Mennyi idő alatt ér talajt a labda? (A labda az épület fala mellett a földre esik.)

8. Ismételjük meg az előző feladatot, azzal a különbséggel, hogy a labdára $|v|/30$ nagyságú légellenállás hat, ahol v a labda sebessége (m/s mértékegységben)!
9. Egy m tömegű testet elejtünk egy olyan folyadékban, amely a sebességgel arányos közegellenállással hat a testre. Határozza meg, mennyi idő múlva éri el a test a határsebességének 90 %-át!
10. Egy az ejtőernyővel együtt 110 kg-os tömegű ejtőernyős 5000 m magasból függőlegesen lefele kiugrik egy repülőből, majd 10 másodperc szabadesés után kinyitja az ejtőernyőjét. Tegyük fel, hogy a levegő $0.75|v|$ illetve $12|v|$ ellenállást fejt ha az ejtőernyő nincs kinyitva illetve ha ki van nyitva, ahol v a sebesség m/s mértékegységben mérve.
 - (a) Mekkora sebességgel esik abban a pillanatban, amikor kinyitja az ejtőernyőt? Mekkora utat tett meg eddig az időpontig?
 - (b) Mi az elméleti határsebessége az ejtőernyő kinyitása után?
 - (c) Becsülje meg, mennyi idő alatt ér földet!