

MA1344i - 2. gyakorló feladatsor

1. Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$, $C = \{+, -, \circ\}$, és tekintsük a

$$\rho = \{(1, b), (1, e), (3, a), (3, b), (3, e), (4, b), (4, d)\} \subseteq A \times B,$$

és

$$\tau = \{(b, +), (b, -), (b, \circ), (c, +), (c, \circ), (d, -)\} \subseteq B \times C$$

megfeleltetéseket. Ábrázolja a ρ és τ megfeleltetéseket nyíldiagramon! Adja meg a $\rho\tau$, ρ^{-1} , $\rho\rho^{-1}$, $\rho^{-1}\rho$, $\tau\tau^{-1}$ megfeleltetéseket és nyíldiagramjukat!

2. Határozza meg az alábbi megfeleltetések értelmezési tartományát és értékkészletét! Melyek parciális leképezések illetve leképezések közülük? Mely megfeleltetések inverze parciális leképezés illetve leképezés közülük?

- | | |
|--|---|
| (a) $\{(x, y): x \geq y\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ | (b) $\{(x, y): y^2 = x\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}_0$ |
| (c) $\{(x, y): y = x^2\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ | (d) $\{(x, y): y^2 = x\} \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{Z}$ |
| (e) $\{(x, y): y = \operatorname{tg} x\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ | (f) $\{(x, y): x \text{ és } y \text{ relatív prím}\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ |

3. Legyen ρ és τ két megfeleltetés az A halmazból a B halmazba. Mutassa meg, hogy

- | | |
|--|--|
| (a) $(\rho \cap \tau)^{-1} = \rho^{-1} \cap \tau^{-1}$ | (b) $(\rho \cup \tau)^{-1} = \rho^{-1} \cup \tau^{-1}$ |
|--|--|

4. Mutassa meg, hogy

- (a) egy $\rho \subseteq A \times B$ megfeleltetés akkor és csak akkor parciális leképezés A -ról B -be, ha $\rho^{-1}\rho \subseteq \omega_B$;
- (b) egy $\rho \subseteq A \times B$ megfeleltetés akkor és csak akkor leképezés A -ról B -be, ha $\omega_A \subseteq \rho\rho^{-1}$ és $\rho^{-1}\rho \subseteq \omega_B$;
- (c) $\rho: A \rightarrow B$ leképezés akkor és csak akkor injektív, ha $\omega_A = \rho\rho^{-1}$;
- (d) $\rho: A \rightarrow B$ leképezés akkor és csak akkor szürjektív, ha $\omega_B = \rho^{-1}\rho$;

5. Adja meg, hogy az alábbi leképezések közül melyik injektív, ill. szürjektív?

- | | |
|--|---|
| (a) $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+, x \mapsto x^4$ | (b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \operatorname{tg} x$ |
| (c) $[0, \pi] \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \sin x$ | (d) $\mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \cos x$ |

6. Legyen $f: A \rightarrow B$ tetszőleges, $g: B \rightarrow C$ pedig bijektív leképezés. Mutassa meg, hogy

- (a) fg akkor és csak akkor injektív, ha f az;
- (b) fg akkor és csak akkor szürjektív, ha f az.