

MA1243d - 6. gyakorló feladatsor

- Mutassa meg, hogy ha $a|b$ és $c|d$, akkor $ac|bd$!
- Mutassa meg, hogy $4 \nmid (n^2 + 2)$ bármely egész n -re!
- Mutassa meg, hogy ha $a|b$ és $a \nmid c$, akkor $a \nmid (bd + c)$!
- Mutassa meg, hogy $2|(n^2 - n)$ minden n -re!
- Mutassa meg, hogy $6|(n^3 - n)$ minden n -re!
- Mutassa meg, hogy $30|(n^5 - n)$ minden n -re!
- Mutassa meg, hogy ha n páratlan, akkor $n^2 - 1$ osztható 8-cal!
- Mutassa meg, hogy ha $p > 3$ prím, akkor $24|(p^2 - 1)$!
- Mutassa meg, hogy ha n és m páratlan, akkor $n^2 + m^2$ páros, de nem osztható 4-gyel!
- Bizonyítsa be, hogy bármely szám négyzete $3k$ vagy $3k + 1$ alakú, de sosem $3k + 2$ alakú!
- Mutassa meg, hogy minden n -re
 - $3 \nmid n^2 + 1$
 - $3 \nmid n^2 + n - 1$
 - $5 \nmid n^4 + 1$
 - $5 \nmid n^4 + 2$
- Adjon meg olyan egész számokat, amelyre $(a, b) = 10$ és $[a, b] = 100$! Adja meg az összes megoldást!
- Legyenek g és h adott pozitív egész számok. Mutassa meg, hogy akkor és csak akkor létezik olyan n és m egész szám, hogy $(n, m) = g$ és $[n, m] = h$, ha $g|h$!
- Mutassa meg, hogy ha a páratlan szám, akkor $a|(u + v, u - v)$ -ből következik $a|(u, v)$!
- Számítsa ki (a, b) -t és $[a, b]$ -t, ha
 - $a = 234, b = 345$
 - $a = 86, b = 46$
 - $a = 1997, b = 2005$
 - $a = 42, b = 198$
- Számítsa ki (a, b, c) -t és $[a, b, c]$ -t, ha
 - $a = 72, b = 240, c = 348$
 - $a = 456, b = 567, c = 678$
- Létezik-e megoldása az alábbi diofantoszi egyenleteknek? Ha igen, adja meg az összes megoldást!
 - $3x + 7y = 14$
 - $18x - 24y = 36$
 - $20x - 30y = 15$
 - $12x - 115y = -4$
- Adjon meg egy modulo n teljes maradékrendszert és egy modulo n redukált maradékrendszert, ha
 - $n = 8$
 - $n = 12$
 - $n = 16$
 - $n = 17$
- Oldja meg az alábbi kongruenciákat!
 - $5x \equiv 6 \pmod{7}$
 - $3x \equiv 4 \pmod{11}$
 - $8x \equiv -10 \pmod{6}$
 - $-7x \equiv 1 \pmod{12}$

20. Oldja meg az alábbi szimultán kongruenciarendszereket!

$$(a) \quad \begin{aligned} x &\equiv -3 \pmod{5} \\ x &\equiv 2 \pmod{3} \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} x &\equiv -1 \pmod{6} \\ x &\equiv 4 \pmod{35} \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} 2x &\equiv 3 \pmod{5} \\ 5x &\equiv 2 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$(d) \quad \begin{aligned} 3x &\equiv -1 \pmod{7} \\ 6x &\equiv 5 \pmod{11} \end{aligned}$$

$$(e) \quad \begin{aligned} x &\equiv -2 \pmod{3} \\ x &\equiv 2 \pmod{5} \\ x &\equiv 6 \pmod{11} \end{aligned}$$

$$(f) \quad \begin{aligned} 3x &\equiv 2 \pmod{4} \\ 2x &\equiv 6 \pmod{7} \\ 5x &\equiv -1 \pmod{9} \end{aligned}$$

21. Egy négyjegyű természetes szám 131-gyel osztva 112-t, 132-vel osztva 98-at ad maradékul. Melyik ez a szám?
22. Határozza meg azt a háromjegyű számot, amelyik 7-tel osztva 4, 9-cel osztva 7 maradékot ad, és utolsó számjegye 6!
23. Péter születési évszáma 5-szörösét 11-gyel osztva 3, 7-szeresét 17-tel osztva 4 maradékot ad. Mikor született Péter?