MA1243d - 2. gyakorló feladatsor

1. Variációk.

   (a) Legyen Σ egy 10 betűt tartalmazó ábécé. Hány olyan 5 betűs szavat (jelsorozatot) lehet készíteni az adott ábécében, amelyben egy betű nem fordulhat elő többször? Hány 5 betűs szó írható fel Σ-ban?

   (b) Egy számkódos lakatot 4 db, 0 és 59 közé eső szám adott sorrendben történő kiválasztása nyitja. Hányféle beállítás lehetséges az adott lakaton? Hány olyan beállítás lehet, amikor a sorozatban két szám nem azonos?

   (c) Hányféleképpen tudunk 7 könyvet 15 hallgató között szétosztani úgy, hogy egy hallgató legfeljebb egy könyvet kap?

   (d) Adott egy 25 fős osztály.

      i. Hányféleképpen lehet az osztály tanulóiból 11 diákot egymás mögé felsorakoztatni?

      ii. Hányféleképpen lehet az osztály tanulóiból 11 diákot egymás mögé felsorakoztatni úgy, hogy A nem hajlandó közvetlen B mögött állni?

      iii. Hányféleképpen lehet az osztály tanulóiból 11 diákot egymás mögé felsorakoztatni úgy, hogy A nem hajlandó B-vel egy sorban állni?

   (e) Hányféle sorrendben ülhet le 10 emberből 6 egy kör alakú asztal köré?

2. Permutációk.

   (a) Tegyük fel, hogy adott 6 db különböző matematika, 4 db különböző fizika és 3 db különböző kémia könyvünk.

      i. Hányféle sorrendben tehetjük fel a könyveket egy könyvespolcra egymás mellé?

      ii. Hányféleképpen tehetjük ugyanezt, ha először a matematika, utána a fizika, majd utána a kémia könyveket akarjuk egymás mellé tenni?

      iii. Hányféleképpen tehetjük ezt, ha a matematika, fizika illetve a kémia könyveket egymás mellé szeretnénk tenni (de nem feltétlenül ilyen sorrendben)?

   (b) Hányféleképpen állhat egymás mögé egy tornasorban Aladár, Béla, Csaba, Dezső, Elemér, Ferenc és Géza, ha Aladár mögött nem állhat közvetlenül Béla?

   (c) Hányféle sorrendben lehet lefuttani 8 különböző programot, $p_1, \ldots, p_8$-at, ha p_3-at közvetlenül p_2 után, p_4-et pedig közvetlenül p_3 után kell futtatni?

   (d) Hányféleképpen lehet az $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ számokat $2n$-hosszú sorozatba rendezni úgy, hogy

      i. először a páratlan, majd utána a páros számok következzenek a sorozatban;

      ii. a sorozatban a páros és páratlan számok felváltva következzenek?

   (e) Hányféleképpen lehet egy kerek asztal köré ültetni 6 embert?

   (f) Hányféleképpen lehet egy kerek asztal köré ültetni 6 embert, A,B,C,D,E és F-et, ha B nem ülhet A mellett?

   (g) Hányféleképpen lehet egy kerek asztal köré ültetni 6 embert, A,B,C,D,E és F-et, ha B nem ülhet A-tól közvetlen jobbra?

   (h) Hányféleképpen lehet egy kerek asztal köré ültetni 3 férfi és három nő, ha férfiak és nők felváltva ülnek egymás mellett?

   (i) Hány 9 betűs szó írható fel 4 db a, 3 db b és 2 db c betűt felhasználva?

   (j) Hányféle 9-jegyű szám állítható elő az 1, 1, 1, 5, 5, 8, 8, 8, 8 számjegyekből?

3. Kombinációk

(a) Hány olyan 10 hosszú bitsorozat van, amelyben pontosan 6 db 0 van?

(b) Hány olyan 10 hosszú bitsorozat van, amelyben legalább 3 db 1-es van?

(c) Egy társaságban 8 fiú és 16 lány van. Hányféleképpen alakulhat belőlük 8 táncoló pár?

(d) Egy teremben két sor ülés van: az első sorban 8 szék, a második sorban pedig 10 székkel. Hányféleképpen ülhet le a teremben 15 hallgató, ha közülük 4 nem hajlandó a hátsó sorba, másik 5 pedig nem hajlandó az első sorba ülni?

(e) Egy dolgozatban 12 kérdésből 10-re kell válaszolni.

i. Hányféleképpen lehet a kérdéseket kiválasztani?

ii. Hányféleképpen lehet a kérdéseket kiválasztani, ha az első 8 kérdésből 7-et, az utolsó 4 közül pedig 3-at kell választani?

iii. Hányféleképpen lehet a kérdéseket kiválasztani, ha az első nyolcból legalább 5-öt, az utolsó négyből pedig legalább 3-at kell kiválasztani?

(f) Ha 10000-től 99999-ig leírjuk az egész számokat, hány darab 0 lesz a számjegyek között?

(g) Hányféleképpen lehet 16 különböző tárgyat 4 db négyes csoportba szétválogatni?

(h) Az $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ halmaznak hány olyan kételemű részhalmaza van, ahol a számjegyek összege páros szám?

(i) Adott 20 db tárgy, amelyek közül 10 db azonos (nem megkülönböztethető), és a többi 10 különböző. Hányféleképpen lehet 10 db tárgyat kiválasztani a tárgyak közül?

(j) 12 db azonos (nem megkülönböztethető) kockával egyszerre dobunk. Hányféle eredményt kaphatunk?

(k) Egy csokoládé gyárban 6-féle csokit készítenek. A csokikat vegyesen, 20 csokit tartalmazó dobozokba csomagolják (ahol a csokik sorrendje nem számít).

i. Hányféleképpen tölthetik meg a dobozokat?

ii. Hányféleképpen tölthetik meg a dobozokat, ha mind a hat fajta csokiból legalább 2-2 db-ot mindenképpen tartalmaz a doboz?

iii. Hányféleképpen tölthetik meg a dobozokat, ha mind a hat fajta csokiból legalább 1-1 db-ot mindenképpen tartalmaz a doboz?

(l) Hány nemnegatív egész megoldása van az

i. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$

ii. $x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 15$

egyenletnek? Hány pozitív megoldása van az egyenleteknek?

(m) Hány olyan egész szám van 0 és 999999 között, amelyek számjegyeinek összege 5?

(n) Hányféleképpen lehet 100 embert elhelyezni 3 szobában úgy, hogy minden szobában legyen valaki, és mindegy, hogy melyik ember melyik szobába kerül?

(o) Hány olyan egész megoldása van az $x_1+x_2+x_3+x_4 = 16$ egyenletnek, amelyre $x_1 > 5$, $x_2 > 0$, $x_3 > -2$ és $x_4 > 6$?

(p) Hány olyan egész megoldása van az $x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 60$ egyenletnek, amelyre $x_i \geq i$, $i = 1, 2, \ldots, 10$-re?

(q) Hány olyan egész megoldása van az $x_1 + x_2 + x_3 = 25$ egyenletnek, amelyre $2 \leq x_1 \leq 8$, $3 \leq x_2 \leq 12$ és $7 \leq x_3 \leq 10$?

(r) Hány olyan egész megoldása van az $x_1 + x_2 + x_3 = 30$ egyenletnek, amelyre $-4 \leq x_1 < 0$, $7 \leq x_2 < 15$ és $10 \leq x_3 < 25$?