

Gyakorló feladatok megoldásai - 6.

MA1222i

1. (a) $\lambda_1 = -1$, $\xi^{(1)} = (1, 2)^T$, $\lambda_2 = 2$, $\xi^{(2)} = (2, 1)^T$, nyeregpont, instabil
(b) $\lambda_1 = 2$, $\xi^{(1)} = (1, 3)^T$, $\lambda_2 = 4$, $\xi^{(2)} = (1, 1)^T$, csomópont, instabil
(c) $\lambda_1 = -1$, $\xi^{(1)} = (1, 3)^T$, $\lambda_2 = 1$, $\xi^{(2)} = (1, 1)^T$, nyeregpont, instabil
(d) $\lambda_1 = \lambda_2 = -3$, $\xi^{(1)} = (1, 1)^T$, elfajult csomópont, aszimptotikusan stabil
(e) $\lambda = -1 \pm i$, fókusz, aszimptotikusan stabil
(f) $\lambda = \pm i$, centrum, stabil
(g) $\lambda = 1 \pm 2i$, fókusz, instabil
(h) $\lambda_1 = -1$, $\xi^{(1)} = (1, 0)^T$, $\lambda_2 = -1/4$, $\xi^{(2)} = (4, -3)^T$, csomópont, aszimptotikusan stabil
(i) $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\xi = (2, 1)^T$, elfajult csomópont, instabil
(j) $\lambda = \pm 3i$, centrum, stabil
2. (a) kritikus pont $= (1, 1)^T$, $\lambda_1 = \sqrt{2}$, $\lambda_2 = -\sqrt{2}$, nyeregpont, instabil
(b) kritikus pont $= (-1, 0)^T$, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -3$, csomópont, aszimptotikusan stabil
(c) kritikus pont $= (-2, 1)^T$, $\lambda = -1 \pm \sqrt{2}i$, fókusz, aszimptotikusan stabil
3. (a) centrum, stabil, (b) fókusz, aszimptotikusan stabil, (c) fókusz, instabil
4. (a) elfajult csomópont, aszimptotikusan stabil,
(b) ha $-1 < \varepsilon < 0$, akkor csomópont, aszimptotikusan stabil; ha $\varepsilon = -1$, akkor stabil;
ha $\varepsilon < -1$, akkor nyeregpont, instabil,
(c) fókusz, aszimptotikusan stabil.
5. (a) aszimptotikusan stabil
(b) instabil
(c) aszimptotikusan stabil
(d) instabil
(e) instabil
(f) instabil
6. (a) $(0, 0)$: $\lambda = 1, 1/2$, csomópont, instabil; $(0, 2)$: $\lambda = -2, 1/2$, nyeregpont, instabil;
 $(3/2, 0)$: $\lambda = -3/2, 7/8$, nyeregpont, instabil; $(4/5, 7/5)$: $\lambda = (-2.2 \pm \sqrt{2.04})/2$,
csomópont, aszimptotikusan stabil;
(b) $(0, 0)$: $\lambda = 3/2, 2$, csomópont, instabil; $(0, 4)$: $\lambda = -2, -1/2$, csomópont, aszimptotikusan stabil;
 $(3/2, 0)$: $\lambda = -1/4, -3/2$, csomópont, aszimptotikusan stabil;
 $(1, 1)$: $\lambda = (-3 \pm \sqrt{13})/4$, nyeregpont, instabil;

- (c) $(0, 0)$: $\lambda = 3/2, -1/2$, nyeregpont, instabil; $(1/2, 3)$: $\lambda = \pm i/2$, centrum, stabil;
 - (d) $(0, 0)$: $\lambda = 1, -1/4$, nyeregpont, instabil; $(2, 0)$: $\lambda = 3/4, -1$, nyeregpont, instabil;
 $(1/2, 3/2)$: $\lambda = (-1 \pm \sqrt{11}i)/8$, fókusz, aszimptotikusan stabil;
 - (e) $(0, 0)$: elfajult csomópont, instabil; $(-1, 1)$: nyeregpont, instabil;
 - (f) $(1, 1)$: elfajult csomópont, aszimptotikusan stabil; $(-1, -1)$: nyeregpont, instabil;
 - (g) $(0, 0)$: csomópont, instabil; $(0, 3/2)$: csomópont, aszimptotikusan stabil; $(1, 0)$:
nyeregpont, instabil; $(-1, 2)$: nyeregpont, instabil;
 - (h) $(1, 1)$: fókusz, aszimptotikusan stabil; $(-1, 1)$: nyeregpont, instabil;
7. (a) például $V(x, y) = 2x^2 + y^2$
- (b) például $V(x, y) = x^2 + 3y^2$
- (c) például $V(x, y) = x^2 + 2y^2$
- (d) például $V(x, y) = 2x^2 + y^2$