

Gyakorló feladatok megoldásai - 5.

MA1222i

1. (a) $\mathbf{x} = c_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-2t} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

(e) $\mathbf{x} = c_1 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + c_3 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(g) $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 5 \cos t \\ 2 \cos t + \sin t \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 5 \sin t \\ -\cos t + 2 \sin t \end{pmatrix}$

(i) $\mathbf{x} = c_1 e^t \begin{pmatrix} \cos 2t \\ \cos 2t + \sin 2t \end{pmatrix} + c_2 e^t \begin{pmatrix} \sin 2t \\ -\cos 2t + \sin 2t \end{pmatrix}$

(k) $\mathbf{x} = c_1 e^t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 e^t \begin{pmatrix} 0 \\ \cos 2t \\ \sin 2t \end{pmatrix} + c_3 e^t \begin{pmatrix} 0 \\ \sin 2t \\ -\cos 2t \end{pmatrix}$

(o) $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 \left[t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} \right]$

2. (a) $\Phi = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3}e^{-t} + \frac{4}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{2}{3}e^{2t} \\ -\frac{3}{3}e^{-t} + \frac{3}{3}e^{2t} & \frac{4}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} \end{pmatrix}$

(b) $\Phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{5}e^{-3t} + \frac{4}{5}e^{2t} & -\frac{1}{5}e^{-3t} + \frac{1}{5}e^{2t} \\ -\frac{3}{5}e^{-3t} + \frac{4}{5}e^{2t} & \frac{4}{5}e^{-3t} + \frac{1}{5}e^{2t} \end{pmatrix}$

3. (a) $\mathbf{x} = \frac{1}{5} \left(2t - \frac{3}{2} \sin 2t - \frac{1}{2} \cos 2t + c_1 \right) \begin{pmatrix} 5 \cos t \\ 2 \cos t + \sin t \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \left(-t - \frac{1}{2} \sin 2t + \frac{3}{2} \cos 2t + c_2 \right) \begin{pmatrix} 5 \sin t \\ -\cos t + 2 \sin t \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{x} = \left(\frac{1}{2} \sin^2 t + c_1 \right) \begin{pmatrix} 5 \cos t \\ 2 \cos t + \sin t \end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{2}t - \frac{1}{4} \sin 2t + c_2 \right) \begin{pmatrix} 5 \sin t \\ -\cos t + 2 \sin t \end{pmatrix}$

(e) $\mathbf{x} = c_1 e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + c_2 e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - e^{-2t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e^t \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$

(g) $\mathbf{x} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3t + 12 \\ 9t - 27 \end{pmatrix}$