

Gyakorló feladatok - 5.

MA1222i

1. Adja meg a következő egyenletek általános megoldását, illetve ahol kezdeti feltétel is adott, a kezdeti érték feladat megoldását!

(a) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(b) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(c) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(d) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$,

(e) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(f) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(g) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(h) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(i) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(j) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(k) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(l) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(m) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(n) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -7 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$,

(o) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

2. Határozza meg az adott egyenleteknek azt a fundamentális mátrixát, amelyre $\Phi(0) = \mathbf{I}$:

(a) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(b) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(c) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -17 & 13 \\ 18 & 13 \end{pmatrix} \mathbf{x}$,

(d) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

3. Oldja meg a következő feladatokat:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} -\cos t \\ \sin t \end{pmatrix}, & \text{(b)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} t^{-3} \\ -t^{-2} \end{pmatrix}, \\ \text{(c)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \cos t \end{pmatrix}, & \text{(d)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -3 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t}, \\ \text{(e)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -2e^t \end{pmatrix}, & \text{(f)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 11 & 6 \\ -30 & -16 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 2e^t \\ -2 \end{pmatrix}, \\ \text{(g)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 6t \\ -9 \end{pmatrix}, & \text{(h)} \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \end{array}$$