

1. Határozza meg az alábbi f és g függvények $f \circ g$ -vel jelölt összetett függvényét:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+3} \quad x > 0$$

$$g(x) = \sqrt{x+1} \quad x \geq -1$$

12 pont

2. Határozza meg az $f(x) = 2 - \sqrt{x-1} \quad x \geq 2$ függvény inverzét!
(Értelmezési tartományát is!)

12 pont

3. Fejtse ki az $(1+x)^7$ polinomot (a binomiális tétel alapján).

12 pont

4. Legyen $a_n = \frac{n^2+1}{n^2+3}$.

Állapítsa meg a sorozat határértékét, és bizonyítsa azt, a definíció szerint!

12 pont

5. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x}{x+3} & x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 0] \\ 2 & x = -3 \\ x^2+1 & x > 0 \end{cases}$$

Jellemezze a függvényt folytonosság és határérték szempontjából!

15 pont

6. A szabadon eső tárgy által megtett utat az

$$s(t) = g \cdot \frac{t^2}{2} \quad \text{függvény írja le, } t \geq 0 \text{-ra.}$$

Adja meg a tárgy pillanatnyi sebességét általában, (levezetéssel együtt) illetve a $t = 2$ időpontban!

12 pont

7. $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}; \frac{2n+5}{n+1} \right)$

Határozza meg az A halmazt, adja meg a belsejét, külsejét, határát, torlódási pontjait!
Az A halmaz nyílt-e, illetve zárt-e?

15 pont

8. Adja meg a Cauchy-féle sorozat definícióját!

10 pont