

# Matematikai analízis II.

## 2. zárthelyi dolgozat - 2007. május 10.

### B. csoport

Gyakv. neve: ..... A gyakorlat időpontja: .....

Név, Neptun kód: .....

Az írásbeli dolgozat hét feladatot tartalmaz. Minden részfeladat helyes megoldása **tíz** pont ér. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

1. **Feladat.** Adja meg a következő hatványsor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$$

(10 pont)

2. **Feladat.** Írja fel az  $f(x) = \sin^2(x)$  függvény  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  körüli második Taylor-polinomját!

(10 pont)

3. **Feladat.** Legyen  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^3)$ ,  $\underline{a} = (2, 1)$ ,  $\underline{v} = (3, 2)$ .

(a) Írja fel az  $f(x, y)$  függvény  $\underline{a}$  pontbeli gradiensvektorát! (5 pont)

(b) Adja meg az  $f(x, y)$  iránymenti deriváltját az  $\underline{a}$  pontban a  $\underline{v}$  irány mentén! (5 pont)

4. **Feladat.** Írja fel az  $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y^2}$  függvény  $P = (3, 2, 1)$  pontjához tartozó érintősíkját!

(10 pont)

5. **Feladat.** Adja meg az  $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y - y$  függvény lokális szélsőhelyeit és azok típusát! (15 pont)

6. **Feladat.** Számítsa ki az

$$\iint_H (x+y) \, dx \, dy$$

kettősintegrált, ahol  $H$  az a tartomány, amelyet alulról az  $y = x^2 + 2x$ , felülről pedig az  $y = 4 - x^2$  parabola határol! (15 pont)

7. **Feladat.** Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatokat!

(a)  $y'(x) = 4x\sqrt{y(x)}$ ,  $y(0) = 1$ . (15 pont)

(b)  $y'(x) + y(x) = e^{3x}$ ,  $y(0) = 2$  (15 pont)

*Jó munkát!*