

Matematikai analízis II.

2. zárthelyi dolgozat - 2007. május 10.

A. csoport

Gyakv. neve: A gyakorlat időpontja:

Név, Neptun kód:

Az írásbeli dolgozat hét feladatot tartalmaz. Minden részfeladat helyes megoldása **tíz** pont ér. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

1. **Feladat.** Adja meg a következő hatványsor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} \cdot x^n$$

(10 pont)

2. **Feladat.** Írja fel az $f(x) = e^x$ függvény $x_0 = 3$ körüli Taylor-sorát! (10 pont)

3. **Feladat.** Legyen $f(x, y) = \frac{x^4}{y^2}$, $\underline{a} = (1, -2)$, $\underline{v} = (\sqrt{3}, 1)$.

(a) Írja fel az $f(x, y)$ függvény \underline{a} pontbeli gradiensvektorát! (5 pont)

(b) Adja meg az $f(x, y)$ iránymenti deriváltját az \underline{a} pontban a \underline{v} irány mentén! (5 pont)

4. **Feladat.** Írja fel az $f(x, y) = e^{-x^2+y^2}$ függvény $P = (1, 2, e^3)$ pontjához tartozó érintősíkját! (10 pont)

5. **Feladat.** Adja meg az $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 6xy$ függvény lokális szélsőhelyeit és azok típusát! (15 pont)

6. **Feladat.** Számítsa ki az

$$\iint_H (x - 4y) \, dx \, dy$$

kettősintegrált, ahol H az a tartomány, amelyet alulról az $y = x^2 + x$ parabola, felülről pedig az x tengely határol! (15 pont)

7. **Feladat.** Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatokat!

(a) $y'(x) = \frac{1 - 2x}{y^2(x)}$, $y(0) = 2$. (15 pont)

(b) $y'(x) + 2y(x) = e^{-x}$, $y(0) = 2$ (15 pont)

Jó munkát!