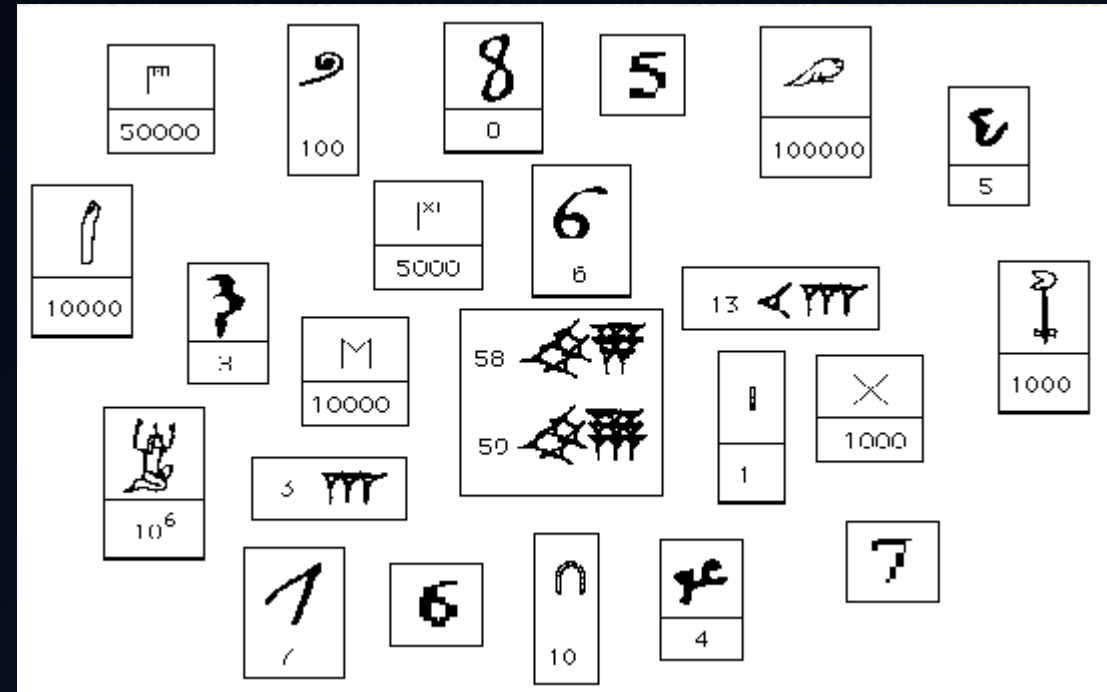


Számrendszerek

KÉSZÍTETTE: NAGY SZILVIA NÓRA – BYUU6N

Számrendszerek kialakulása

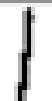
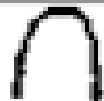


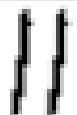








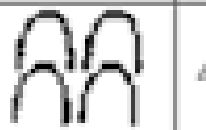






- A számrendszerek kialakulásának előfeltétele a számfogalom és a számolás volt, míg a számírás megjelenése már szervesen kapcsolódik a rendszerek történetéhez.
- Az egyik legkezdetlegesebb számolási módszer ennek megfelelően az ún. kettes számolás volt, tehát a kettes számrendszer.
- Majd ezt követően fokozatosan kialakultak a nagyobb számrendszerek



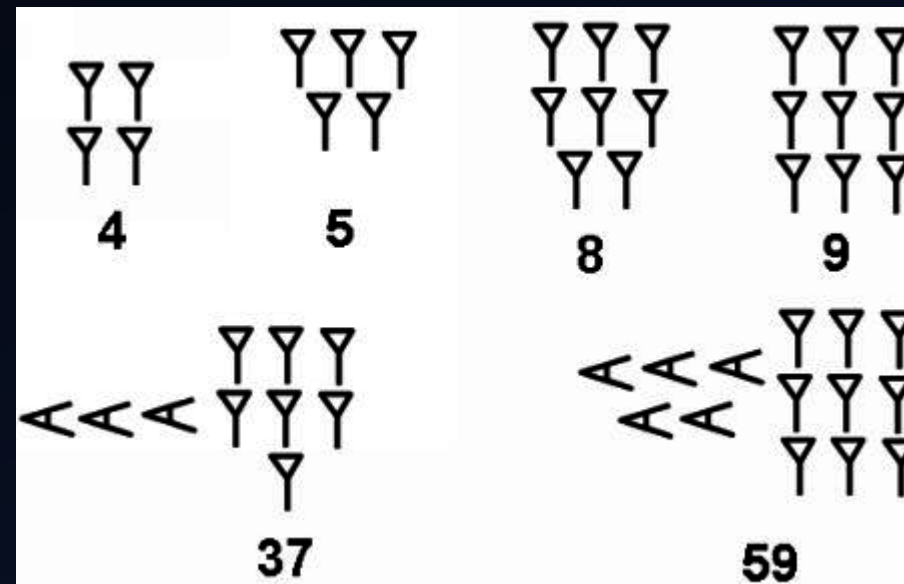
Hieroglifikus számrendszerek

- A legősibb számrendszerek túlnyomó többsége hieroglifikus.
- Az ilyen számrendszerek csomószámokra épülnek
- i. e. 2000 környékén az egyiptomiak már jól kialakult helyiérték nélküli tízes számrendszert használtak. A helyiérték hiánya miatt minden tízes egység (a csomószámok) jelölésére külön hieroglifát használtak.

Egyiptomi számábrázolás

1 =		10 =		100 =		1000 =	
2 =		20 =		200 =		2000 =	
3 =		30 =		300 =		3000 =	
4 =		40 =		400 =		4000 =	
5 =		50 =		500 =		5000 =	

Régi sumér számábrázolás



✱ ⇒)(⇒ C

Római számok fejlődése

Egyiptomiak a műveletek

- Ismert volt egy-egy aritmetikai : összeadás, kivonás, felezés, kettőzés (duplázás), szorzás, osztás
- Lássuk ez alapján az előző példát, $17 \cdot 15$:

$$1 \cdot 17 = 17$$

$$10 \cdot 17 = 170$$

$$5 \cdot 17 = 85$$

Mindezek segítségével a számolás a továbbiakban így alakul:

$$17 \cdot 15 = 17 \cdot (10 + 5) = 17 \cdot 10 + 17 \cdot 5 = 170 + 85 = 255$$

Alfabetikus számrendszerek

- Ebbe a csoportba tartoznak azok a rendszerek, melyekben a számokat az ábécé betűivel jelölték.
- Az alfabetikus rendszer előnye, hogy segítségével a számok röviden írhatók le.
- Nagy számokkal végzett műveletek nehézkesek voltak, és a számrendszerek "jegyzése" sem lehetett egyszerű feladat

Görög alfabetikus számjegyek

1	ᾱ	10	ι	100	Ϟ	1000	ᾱ
2	β̄	20	κ	200	σ	2000	β̄
3	γ̄	30	λ	300	τ	3000	γ̄
4	δ̄	40	μ	400	ν	4000	δ̄
5	ε̄	50	ξ	500	ψ	5000	ε̄
6	ζ̄	60	ξ̄	600	χ	6000	ζ̄
7	ζ̄	70	ο	700	ψ	7000	ζ̄
8	η̄	80	π	800	ω	8000	η̄
9	θ̄	90	Ϟ	900	λ	9000	θ̄

Példa: $\tau \nu \delta = 300 + 50 + 4$.

Miért váltotta fel a római számokat az arab számok?

- Matematikailag nézve fejletlen és rendkívül nehézkes számábrázolási mód
- Nehezen hamisítható az arab számokhoz képest.
- Manapság már csak fejezet-, törvénycikk-, és uralkodói dinasztiák számozására használatos
- Maximum 3999: ezt úgy oldották meg, hogy M (=1000) után újra kezdték a jeleket, de felülvonással vagy valami más megkülönböztetéssel jelölték

4000 $M\bar{V}$ vagy MMMM

5000 \bar{V}

6000 $\bar{V}M$

7000 $\bar{V}MM$

8000 $\bar{V}MMM$

9000 $M\bar{X}$

4211 $M\bar{V}CCXI$

4888 MMMMDCCCLXXXVIII

2-es számrendszer (bináris)

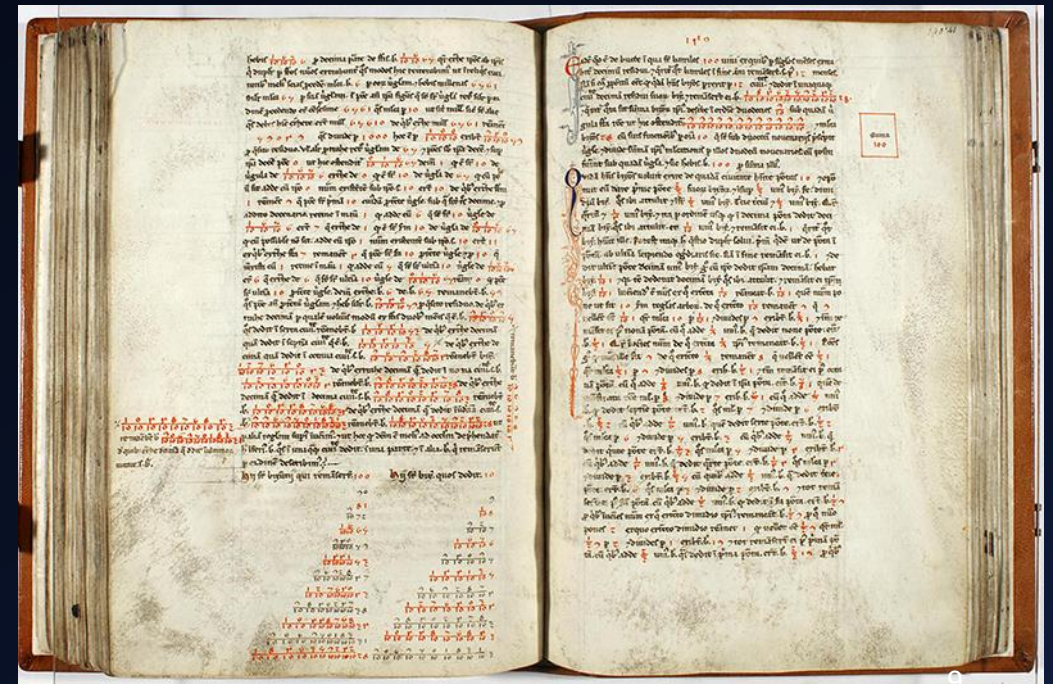
- Az első számrendszer
- A kettes vagy más néven bináris számrendszerbeli számok a 0 és az 1 számjegyekből állnak.
- Bolyai Farkas (1775 - 1856) is javasolta, mert már ő is látta, hogy matematikailag ez optimális (legkönnyebb műveletek, stb).

$\begin{array}{r} 10110 \\ - 1011 \\ \hline 1 \end{array}$	$10-1 = 1$ leírjuk az 1-et, marad az 1
$\begin{array}{r} 10110 \\ - 1011 \\ \hline 11 \end{array}$	$11-(1+1) = 11-10 = 1$ leírjuk az 1-et, marad az 1
$\begin{array}{r} 10110 \\ - 1011 \\ \hline 011 \end{array}$	$1-(0+1) = 1-1 = 0$
$\begin{array}{r} 10110 \\ - 1011 \\ \hline 1011 \end{array}$	$10-1 = 1$

$\begin{array}{r} 10110 \\ + 1010 \\ \hline 0 \end{array}$	$0+0 = 0$
$\begin{array}{r} 10110 \\ + 1010 \\ \hline 00 \end{array}$	$1+1 = 10$ leírjuk a 0-t, marad az 1
$\begin{array}{r} 10110 \\ + 1010 \\ \hline 000 \end{array}$	$1+1+0 = 10$ leírjuk a 0-t, marad az 1
$\begin{array}{r} 10110 \\ + 1010 \\ \hline 0000 \end{array}$	$1+0+1 = 10$ leírjuk a 0-t, marad az 1
$\begin{array}{r} 10110 \\ + 1010 \\ \hline 100000 \end{array}$	$1+1 = 10$

10-es számrendszer (decimális)

- A hétköznapi életben a tízes (decimális) számrendszert használjuk.
- Ezt már az ókori egyiptomiak és a hinduk is használták, de Európában először csak 1202-ben Fibonacci (1170–1250) Liber Abaci című munkájában ismertette.



8-as számrendszer (oktális)

- A yuki törzs Kaliforniában és a mexikói pamenan nyelv nyolcas számrendszert használ, mert az ujjközeikkel számolnak.
- Néha a nyolcas számrendszert használják a tizenhatos helyett.
- A nyolcas számrendszer jegyeit használják a transzponderek.
- Több programozási nyelv (pl. C/C++) és futtatókörnyezet a nullával kezdődő számokat nem decimálisként, hanem oktálisként értelmezi.

16-os számrendszer

- A tizenhatos számrendszer gyakran használatos a számítógépek körüli tudományágakban
- Programozási nyelvekben gyakran fordulnak elő hexadecimális számok és mivel a programozási nyelvek sokrétűek és fejlődésük hektikus, ezért a hexadecimális számok felírása is különböző pl:
 - „0x” prefixet használja (C, Java)
 - „&h” karakterek használatosak (Basic)
 - „\$” prefix használatos (Pascal)

0 _{hex} = 0 _{dec} = 0 _{oct}	0	0	0	0
1 _{hex} = 1 _{dec} = 1 _{oct}	0	0	0	1
2 _{hex} = 2 _{dec} = 2 _{oct}	0	0	1	0
3 _{hex} = 3 _{dec} = 3 _{oct}	0	0	1	1
4 _{hex} = 4 _{dec} = 4 _{oct}	0	1	0	0
5 _{hex} = 5 _{dec} = 5 _{oct}	0	1	0	1
6 _{hex} = 6 _{dec} = 6 _{oct}	0	1	1	0
7 _{hex} = 7 _{dec} = 7 _{oct}	0	1	1	1
8 _{hex} = 8 _{dec} = 10 _{oct}	1	0	0	0
9 _{hex} = 9 _{dec} = 11 _{oct}	1	0	0	1
A _{hex} = 10 _{dec} = 12 _{oct}	1	0	1	0
B _{hex} = 11 _{dec} = 13 _{oct}	1	0	1	1
C _{hex} = 12 _{dec} = 14 _{oct}	1	1	0	0
D _{hex} = 13 _{dec} = 15 _{oct}	1	1	0	1
E _{hex} = 14 _{dec} = 16 _{oct}	1	1	1	0
F _{hex} = 15 _{dec} = 17 _{oct}	1	1	1	1

4-es számrendszer

- A négyes számrendszer párütős számrendszer, ahogy a többi páros alapú számrendszer. Ez azt jelenti, hogy az utolsó számjegyből tudni lehet, hogy a szám páros-e, vagy páratlan.
- A DNS négy alapérték, az A-nak, C-nek, T-nek és G-nek rövidített nukleotidok különböző kombinációit tartalmazza. Tehát a DNS felfogható úgy, mint egy négyes számrendszerben kódolt információforrás.



12-es számrendszer

- Egyes vélemények szerint a tucat fogalom használata, illetve a régi angol pénz- és mértékrendszer egy hajdani tizenkettes számrendszerre vezethető vissza.
- A gyakorlati előnyei leginkább a navigációban és időmérésben jelentkeznek a kör praktikus felosztásával.
- Falun még ma is használatos a "kistucat" (=12) és a "nagytucat" (=12*12) elnevezés.

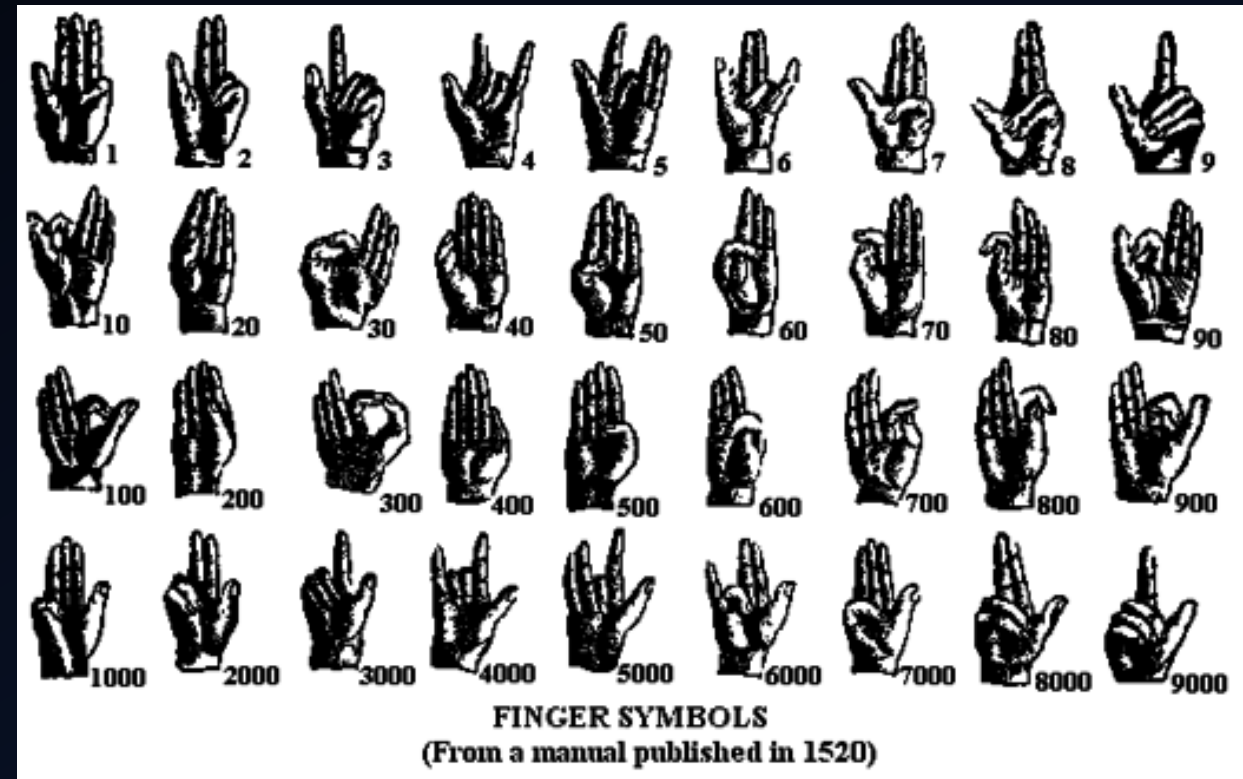
1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	10
2	4	6	8	A	10	12	14	16	18	1A	20
3	6	9	10	13	16	19	20	23	26	29	30
4	8	10	14	18	20	24	28	30	34	38	40
5	A	13	18	21	26	2B	34	39	42	47	50
6	10	16	20	26	30	36	40	46	50	56	60
7	12	19	24	2B	36	41	48	53	5A	65	70
8	14	20	28	34	40	48	54	60	68	74	80
9	16	23	30	39	46	53	60	69	76	83	90
A	18	26	34	42	50	5A	68	76	84	92	A0
B	1A	29	38	47	56	65	74	83	92	A1	B0
10	20	30	40	50	60	70	80	90	A0	B0	100

7-es számrendszer

- A hetes számrendszer az egyik legérdekesebb. Gyakori volt Afrikában, a Közel-Keleten, valamint az ugor népeknél.
- A hetes szám több afrikai népcsoportnál ma is misztikus szereppel bír.
- A héberek hetes számrendszerének emlékét vallási kultuszuk és a Biblia őrzi. (Isten 7 nap alatt teremtette meg a világot)
- Manapság pedig a hét napjainak a száma (hétfő-kedd-...-vasárnap)

5-ös számrendszer

- Öt számmal jeleníti meg a valós számokat, ezek a 0, 1, 2, 3, 4 számok. Ez a kultúrák között nagyon elterjedt rendszer volt, mivel az embernek mindkét kezén öt ujj van
- Az ötös rendszerre jellemző, hogy általában keveredik a tízessel (például a római számok esetén) vagy a húszassal. Néhány primitív dél-amerikai törzsnél „vegytiszta” állapotban is megtalálható.
- Mai pénz címleteink is 5-ös és 10-es számrendszerek keveredése.



6-os számrendszer

- A hatos számrendszer egyes észak-afrikai törzseknél lelhető fel, gyakran a tizenkettes társrendszereként. Nyelvészeti kutatások szerint a finnugorok is rendszeresen használták egykor.
- A hatos számrendszer használata előnyös lehet a prímszámok tanulmányozásában, mivel hatos számrendszerben ábrázolva minden 2-től és 3-tól különböző prímszám 1-es vagy 5-ös számjegyre végződik.
- A hatos számrendszer északnyugat-afrikai törzseknél fordul elő, nem teljesen tisztán, hanem a tizenkettes számrendszerrel keverve. Hasonló példák az európai kultúrában is felfedezhetőek, gondoljunk az év hónapjaira vagy idézzük fel egy óra számlapját.

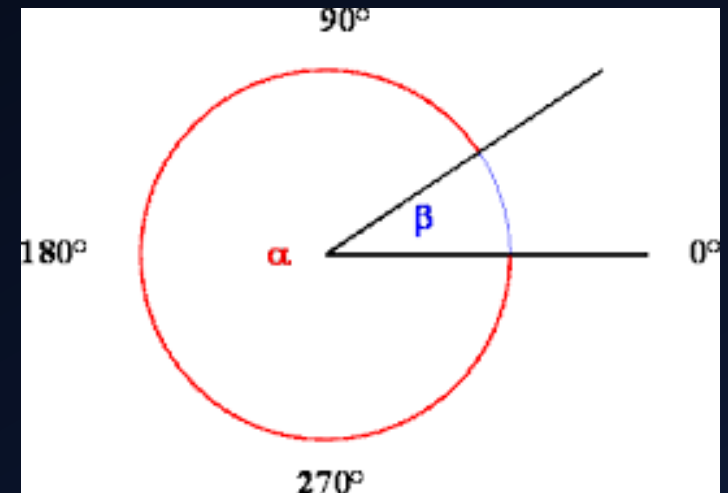
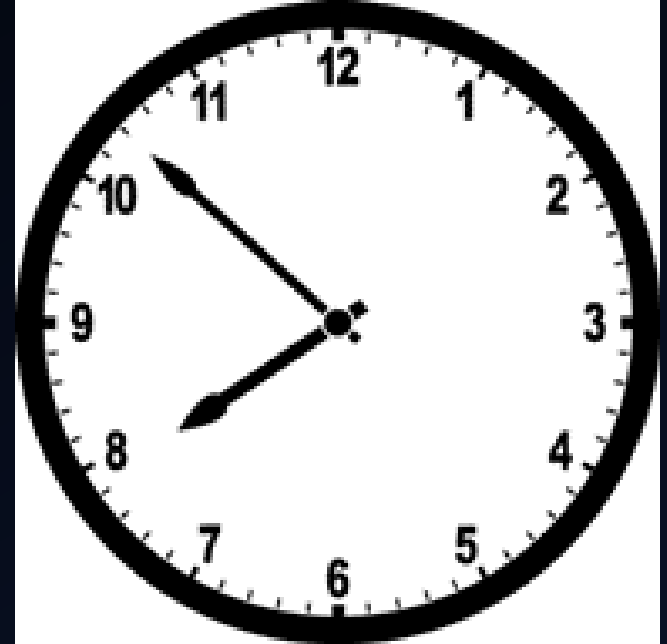
20-as számrendszer

- A húszas számrendszer legismertebb alkalmazói a dél-amerikai maják és az inkák voltak, akiknek nem csak a számrendszere.
- Az eszkimó nyelvben a 20 jelentése „a teljes ember”
- A maja naptár is a 20-as számon alapult.
- Az 1971 előtti brit pénzrendszerben 20 *shilling* tett ki egy angol fontot



60-as számrendszer

- 1 óra = 60 perc = 3600 (60×60) másodperc időmértékeinkre és máris az ősi Babilon hatvanas helyiértékes számrendszerébe pillanthatunk be
- Szintén erre utal a kör 360 fokra osztása, illetve az 1 szögperc = 60 szögmásodperc egyenlőség is



Probléma

- Válasszunk egy tetszőleges M természetes számot, írjuk fel kettes számrendszerben, legyen ez M_2 .
- Az M_2 számot tekintsük hármasszámrendszerben felírtnak, és (ebben a számrendszerben) vonjunk ki belőle 1 -et, legyen ez M_3 , az M_3 számot tekintsük NÉGYES számrendszerben felírtnak, és (ebben a számrendszerben) vonjunk ki belőle 1 -et, legyen ez M_4 ,... kapjuk az ... M_n ... egész számokat, pontosabban ha valamelyik szám 0 vagy negatív, akkor a sorozat megáll (véges), és ezt így jelöljük: $M_n \rightarrow 0$ (mintha limesz lenne).
- Kérdés: tetszőleges M számot választva mindig $M_n \rightarrow 0$ teljesül, vagy van olyan M , amelyre a sorozat végtelenségig folytatható?
- TÉTEL: Ez a probléma nem dönthető el a matematikában

Köszönöm a figyelmet!