Kiegészítések

Az ”ILA” tárgy

”VI. Logika - ítéletkalkulus”

fejezetéhez

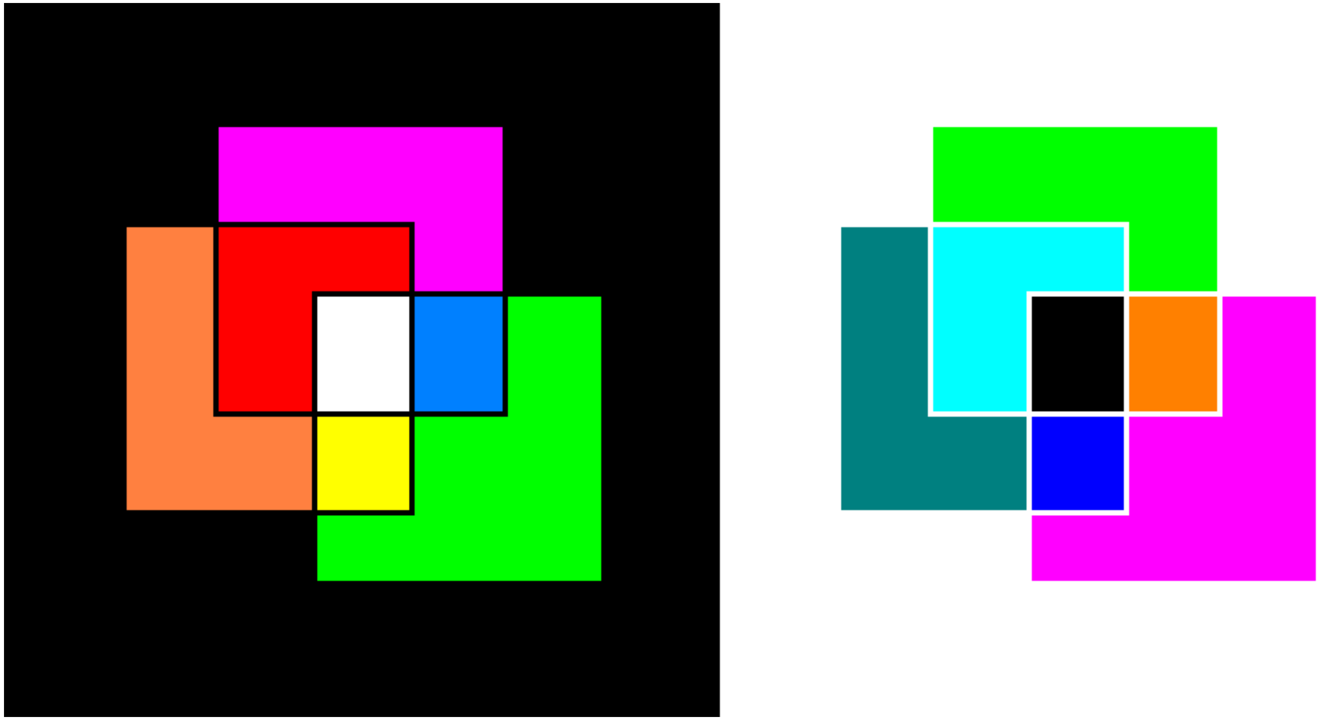
dr. Szalkai István, 2019.11.12.

Halmazműveletek tulajdonságai: (M.Stone Tétele)

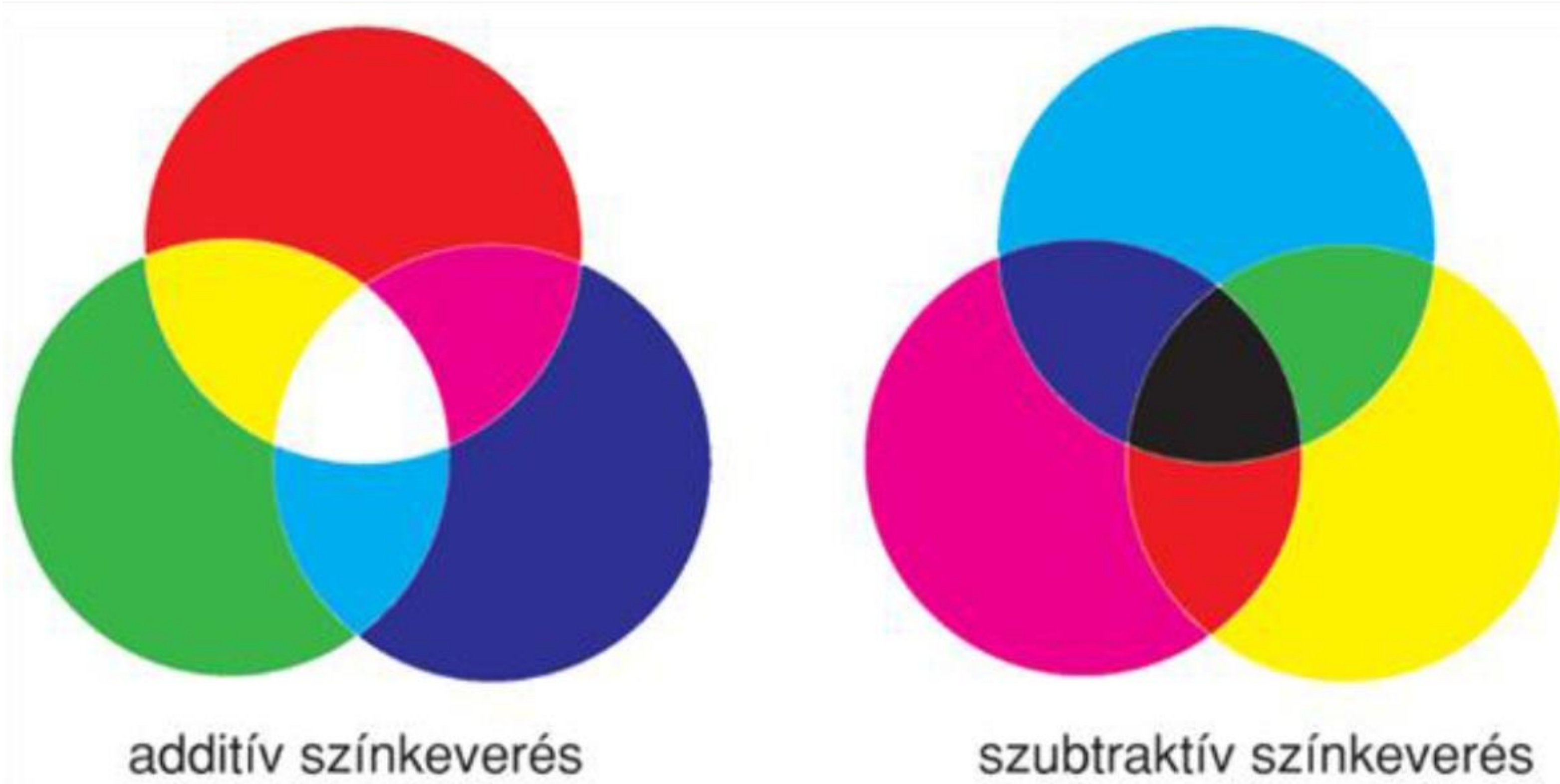
kommutativitás	$A \cup B = B \cup A$	(BA1)
	$A \cap B = B \cap A$	(BA2)
asszociativitás	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	(BA3)
	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	(BA4)
disztributivitás	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	(BA5)
	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	(BA6)
elnyelési tulajdonságok	$A \cup (A \cap B) = A$	(BA7)
	$A \cap (A \cup B) = A$	(BA8)
$\emptyset$ és I tulajdonságai	$A \cup \overline{A} = I$	(BA9)
	$A \cap \overline{A} = \emptyset$	(BA10)
	$A \cup \emptyset = A$	(BA11)
	$A \cap \emptyset = \emptyset$	(BA12)
	$A \cup I = I$	(BA13)
	$A \cap I = A$	(BA14)

$$\underline{\mathfrak{B}} = (\mathbf{B};\ \cup, \cap, \sim, \ \mathrm{O}, \mathrm{I}\ )$$

Boole-Algebrák még:



3.)



B = {színek}, U=összeadás, ∩=kivonás

¬ =komplementer, **I**=fehér, O=fekete

4.) <u>Számelmélet</u>

B = {osztók halmaza} = d(**n**)

$\cap$ = lnko, $\cup$ =lkkt, $\neg$ i = n/i , **I** = n, **O** = 1

Pl.:

B = **d(42) = {1, 2, 3, 7, 6, 14, 21, 42} = P{2, 3, 7}**

lnko(12,18) = {2,2,3} $\cap$ **{2,3,3} = {2,3} = 6 ,**

lkkt(12,18) = {2,2,3} $\cup$ **{2,3,3} = {2,2,3,3} = 36 ,**

5.) min , max = NEM Boole algebra

1.9. Tétel (a Dualitás Elve): *Legyen* Φ *egy olyan egyenlőség (formula), mely a Boole- algebrák nyelvén van felírva (azaz csak a* $\vee, \wedge, \neg, |, \circ$ *jeleket, változó- és zárójeleket tartalmaz, és az* $=$ jelet*) és a változók minden lehetséges értékére igaz (azaz* **azonosság***). Cseréljük fel* Φ -ben az $\vee$ *és* $\wedge$ *jeleket, valamint az* $|$ *és* $\circ$ *jeleket, a többi jelet hagyjuk változatlanul. Ekkor a* Φ *azonosság így kapott* Φ" **duálisa** *is azonosság, azaz* Φ" *is igaz a változók minden értéke esetén.* $\square$

Megjegyzés:
Az előadás-dia 18. oldalán levő **F*** *nem* duálisa **F** -nek, hanem tagadása.

<u>**Teljesség Tétele:**</u> $\cup$, $\cap$, ~ ***teljessége*** *(igazságtáblából)***.**

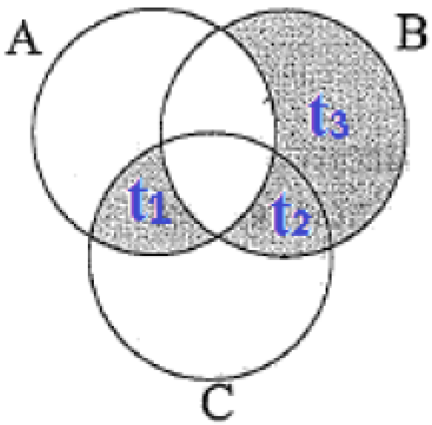
Biz:

DNF = konjukciók (mintermek) **D**iszjunkciója

CNF = diszjunkciók (maxtermek) **C**onjukciója □

Megjegyzések:

- **Egyszerűsítés:** Karnaugh módszer, stb.
- **Igazságtáblázat kiértékelése $O(2^n)$ idő => LASSÚ**
- **NP -teljesség (Cook, 1971):** *" <u>Ha</u> erre a problémára lenne gyors algoritmus, <u>akkor</u> a világ összes problémájára is lenne gyors algoritmus" .* □

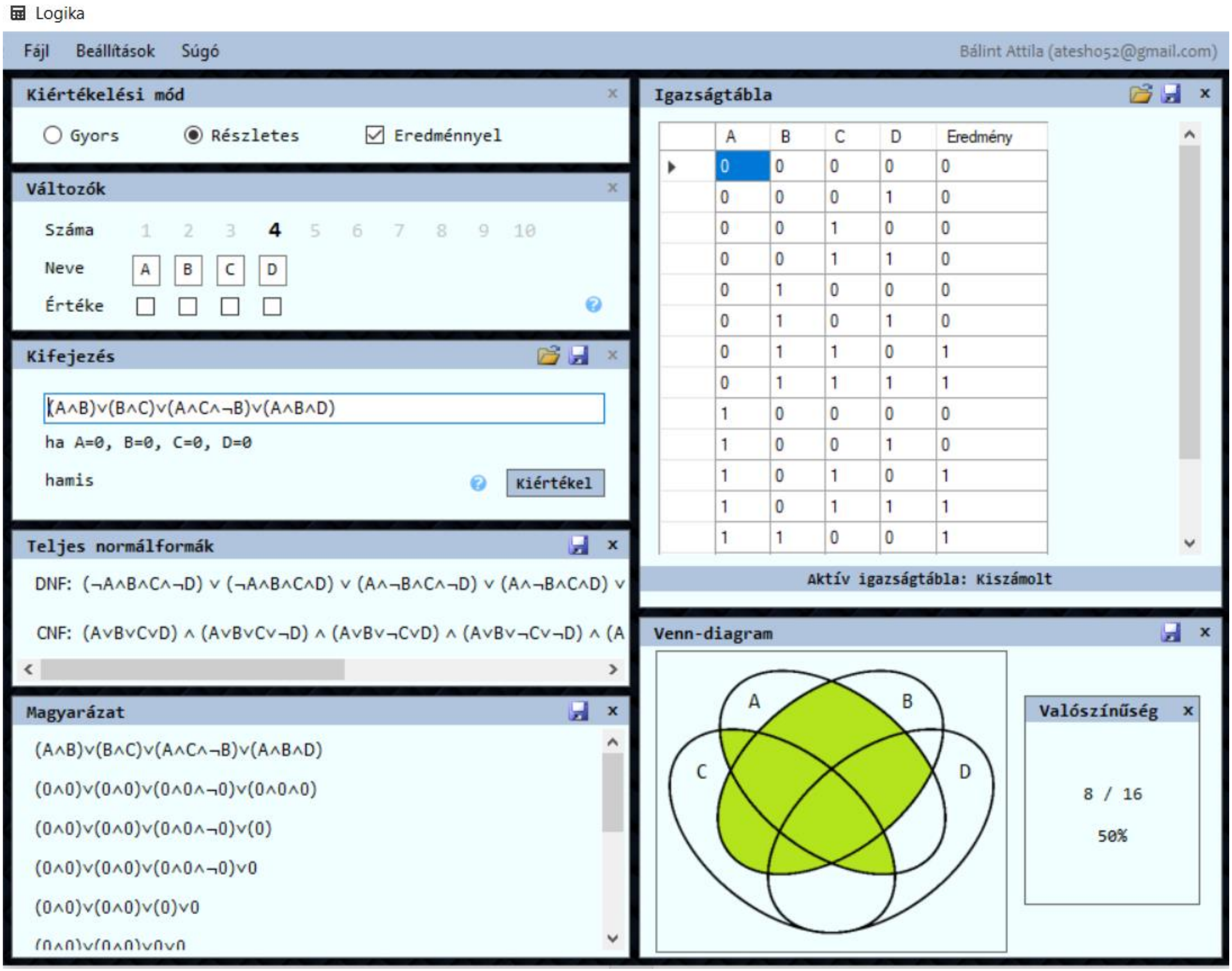


$$\mathbf{T} = t_1 \cup t_2 \cup t_3$$

$$= \left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}\right)$$

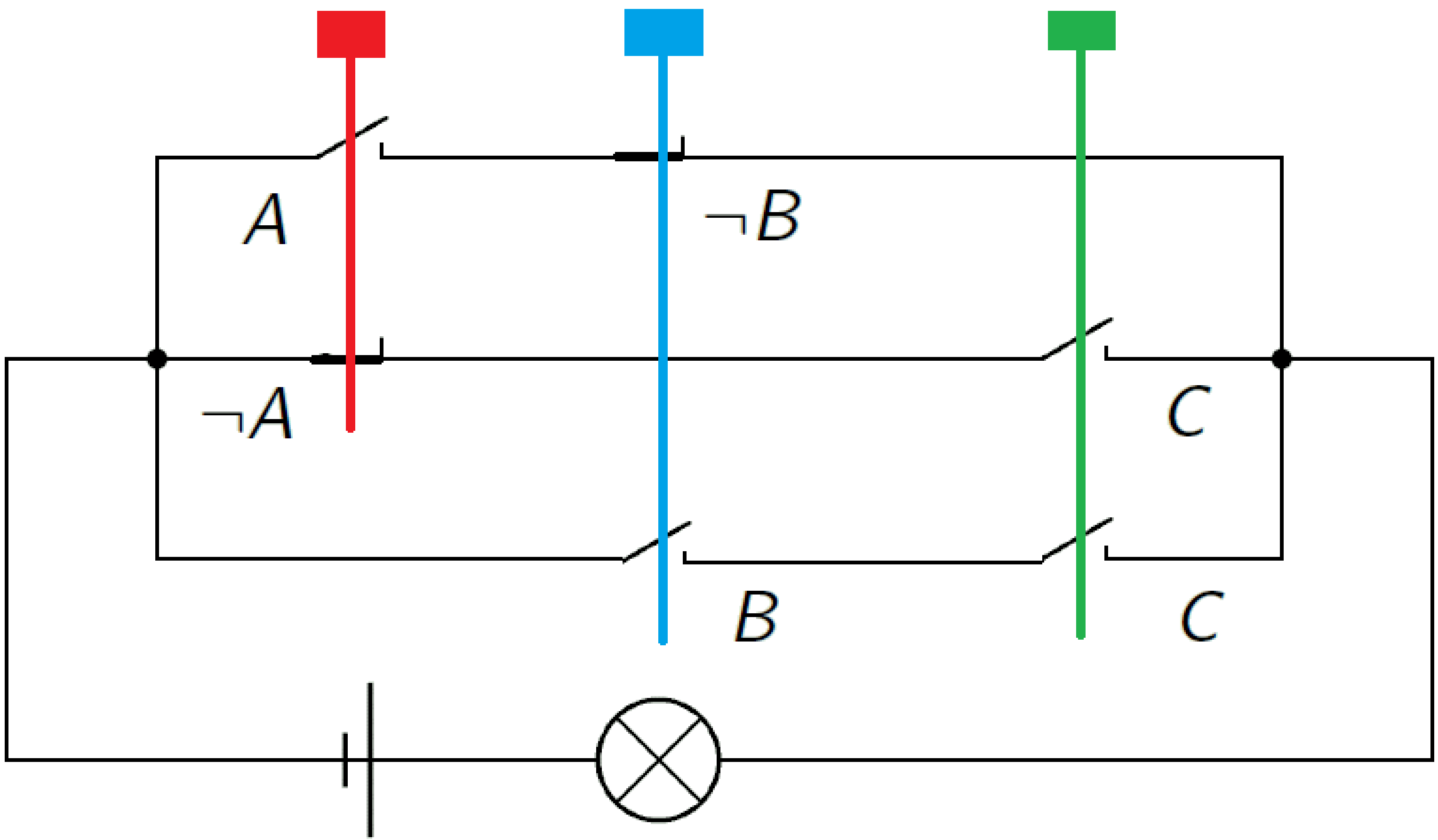
A	B	C	f
i	h	i	i
h	i	i	i
h	i	h	i

$$f = \left(A \wedge \overline{B} \wedge C\right) \vee \left(\overline{A} \wedge B \wedge C\right) \vee \left(\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}\right)$$


Logika
Fájl
Beállítások
Súgó
Bálint Attila (ateshos2@gmail.com)
Kiértékelési mód
Gyors
Részletes
Eredménnyel
Változók
Száma 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Neve A B C D
Értéke
Kifejezés
(A∧B)∨(B∧C)∨(A∧C∧¬B)∨(A∧B∧D)
ha A=0, B=0, C=0, D=0
hamis
Kiértékel
Teljes normálformák
DNF: (¬A∧B∧C∧¬D) ∨ (¬A∧B∧C∧D) ∨ (A∧¬B∧C∧¬D) ∨ (A∧¬B∧C∧D) ∨
CNF: (A∨B∨C∨D) ∧ (A∨B∨C∨¬D) ∧ (A∨B∨¬C∨D) ∧ (A∨B∨¬C∨¬D) ∧ (A
Magyarázat
(A∧B)∨(B∧C)∨(A∧C∧¬B)∨(A∧B∧D)
(0∧0)∨(0∧0)∨(0∧0∧¬0)∨(0∧0∧0)
(0∧0)∨(0∧0)∨(0∧0∧¬0)∨(0)
(0∧0)∨(0∧0)∨(0∧0∧¬0)∨0
(0∧0)∨(0∧0)∨(0)∨0
Igazságtábla
A B C D Eredmény
0 0 0 0 0
0 0 0 1 0
0 0 1 0 0
0 0 1 1 0
0 1 0 0 0
0 1 0 1 0
0 1 1 0 1
0 1 1 1 1
1 0 0 0 0
1 0 0 1 0
1 0 1 0 1
1 0 1 1 1
1 1 0 0 1
Aktív igazságtábla: Kiszámolt
Venn-diagram
A
B
C
D
Valószínűség
8 / 16
50%

25.old. áramköre helyesen:

$$(A \wedge (\neg B)) \vee (\neg A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$



Tetszőleges formula kielégíthetősége (kiértékelése):

- Igazságtáblázat kiértékelése $O(2^n)$ idő => LASSÚ

- NP -teljesség (Cook, 1971): *" Ha erre a problémára lenne gyors algoritmus, akkor a világ összes problémájára is lenne gyors algoritmus"* . □

Prenex normálformák:

$$\varphi = \forall x_1 \ldots \exists\, y_1 \ldots (\ \psi\ )$$

ahol ψ -ben már nincsenek **kvantorok**
(”kvantitatív” = mennyiségi jelzők) □

Ekkor φ tagadása:

$$\neg\, \varphi = \exists\, x_1 \ldots \forall\, y_1 \ldots (\neg\, \psi\ )$$ □

Köszönöm a figyelmet !