

$$GF(8) = Z_2[x]/(x^3 + x + 1) = (\{0, 1, x, x+1, x^2, x^2+1, x^2+x, x^2+x+1\}, +, \cdot)$$

+	0	1	x	x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1
0	0	1	x	x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1
1	1	0	x+1	x	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x
x	x	x+1	0	1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1
x+1	x+1	x	1	0	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup>
x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1	0	1	x	x+1
x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x	1	0	x+1	x
x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x	x+1	0	1
x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup>	x+1	x	1	0

•	0	1	x	x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	x	x+1	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1
x	0	x	x <sup>2</sup>	x <sup>2</sup> +x	x+1	1	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +1
x+1	0	x+1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +1	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup>	1	x
x <sup>2</sup>	0	x <sup>2</sup>	x+1	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +x	x	x <sup>2</sup> +1	1
x <sup>2</sup> +1	0	x <sup>2</sup> +1	1	x <sup>2</sup>	x	x <sup>2</sup> +x+1	x+1	x <sup>2</sup> +x
x <sup>2</sup> +x	0	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup> +x+1	1	x <sup>2</sup> +1	x+1	x	x <sup>2</sup>
x <sup>2</sup> +x+1	0	x <sup>2</sup> +x+1	x <sup>2</sup> +1	x	1	x <sup>2</sup> +x	x <sup>2</sup>	x+1

**MAGYARÁZAT:** A 2-vel osztható algebrai kifejezések (pl:  $2x^2$ ,  $2x$ , 2) és maga a faktorizáló polinom maradéka 0, ezért a műveletek elvégzése után a polinomokhoz ezek hozzáadhatók és kivonhatók anélkül, hogy a maradék megváltozna. ( $x^3 + x + 1 \equiv 2x^2 \equiv 2x \equiv 2 \equiv 0$ )

$$x^3 \equiv x^3 + 2x + 2 = (x^3 + x + 1) + x + 1 \equiv x + 1$$

$$x^3 + x + 1 \equiv (x^3 + x + 1)x = x^4 + x^2 + x \equiv 0 \Rightarrow x^4 \equiv x^4 + 2x^2 + 2x = (x^4 + x^2 + x) + x^2 + x \equiv x^2 + x$$

$$\text{pl. } (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \equiv x^4 + x^2 + 1 \equiv x^2 + x + x^2 + 1 \equiv x + 1$$

$$(x^2 + x)(x^2 + x + 1) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x \equiv x^4 + x \equiv x^2 + x + x \equiv x^2$$