2014. március 25. (anal. II) A. Név:

Gyakorlat vezető:

Gyakorlat időpontja:

1. Vizsgálja meg az alábbi sorok konvergenciáját:

$$\text{a.}\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n)} \qquad \text{b.}\quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(n)\right).$$

2. Számítsa ki közelítőleg az $\ln(e+0,2)$ értékét a $T_e^2(\ln)$ felhasználásával, és becsülje meg a hibát.

3. a. Oldja meg a $|z|^2 + \overline{z} + i = i\mathrm{Re}(z) - 8\mathrm{Im}(z)$ egyenletet a komplex számok körében.
   b. Adja meg az $1-3i$ ötödik gyökeit.

4. Határozza meg: $\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)} \frac{\sin(xy-x)}{y-1}$.

5. Igazolja, hogy az alábbi függvény nem folytonos a $(0,0)$-nál.

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+y^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

6. Legyen $f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x+2y-1}$. Differenciálható-e az f az $(1,0)$-nál az $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ és a $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ irányokra nézve?

7. Adja meg az alábbi függvény parciális deriváltjait:

$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^y \sin(5x) - \frac{\operatorname{arctg}(xy^2)}{\sqrt{y}}.$$

Pontszámok:

1.a	6p.	3.a	6p	5.	5p
1.b	6p.	3.b	5p	6.	6p
2.	6p.	4.	6p	7.	4p

Összesen: 50p.