Közgazdaságtan matematikai alapjai
2. gyakorló feladatsor

Gazdálkodási kar I. évf. hallgatói számára

Számsorozatok

1. **Feladat.** Vizsgáljuk meg a következő a_n sorozatokat monotonitás és korlátosság szempontjából:

   (a) $a_n = \dfrac{2n+4}{3n-3}$

   (b) $a_n = \dfrac{3^n}{n!}$

   (c) $a_n = \sqrt[n]{3}$

   (d) $a_n = n^2 - n + 3$

   (e) $a_n = \dfrac{4^n - 2^n}{4^n + 2^n}$

2. **Feladat.** Legyen $\epsilon > 0$. Keressünk az alább megadott a_n sorozatokhoz és az adott ϵ-okhoz olyan $k \in \mathbb{N}$ küszöbszámot, amelyre igaz, hogy $\forall n > k$-ra $|a_n - \lim_{n\to\infty} a_n| < \epsilon$.

   (a) $a_n = \sqrt[n]{3}, \qquad \epsilon = 10^{-1}$

   (b) $a_n = \dfrac{4}{(n+1)^2}, \qquad \epsilon = 10^{-4}$

   (c) $a_n = \dfrac{3-n^2}{5+2n^2}, \qquad \epsilon = 10^{-9}$

   (d) $a_n = \dfrac{1}{2^n}, \qquad \epsilon = 10^{-4}$

   (e) $a_n = \dfrac{3^n}{2^n}, \qquad \epsilon = 10^{-6}$

3. **Feladat.** Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatokat monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából (adjunk köszöbszámot konvergens sorozatoknál ($\epsilon > 0$ tetszőleges), egyéb esetben definíció szerint bizonyítsuk, hogy a sorozat $+\infty$ ill. $-\infty$-hez tart)!

   (a) $a_n = \dfrac{2n+4}{3n-3}$, $n = 2, 3, \ldots$

   (b) $a_n = \dfrac{2n^2+3}{2n^2-n-21}$, $n = 1, 2, \ldots$

   (c) $a_n = \dfrac{n-1}{5n+1}$, $n = 0, 1, \ldots$

   (d) $a_n = \dfrac{n-3}{2n^2+7n-15}$, $n = 1, 2, \ldots$

   (e) $a_n = \dfrac{n^2+3n-1}{2n-213}$, $n = 1, 2, \ldots$

   (f) $a_n = \dfrac{n^2-3n-1}{39-2n}$, $n = 1, 2, \ldots$

   (g) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$, $n = 1, 2, \ldots$

   (h) $a_n = \dfrac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}$, $n = 1, 2, \ldots$

(i) $a_n = \dfrac{n^2}{2^n}$, $n = 1, 2, ...$

(j) $a_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^{10}$, $n = 1, 2, ...$

Jó munkát!