

**Matematika I. – 11. gyakorló feladatsor**  
Gazdálkodási és közgazdász szakos I. évf. hallgatók számára  
**Határozott integrál**

1. **Feladat.** Számoljuk ki a következő integrálokat!

$$(1) \int_{-1}^2 (7x + 3)^3 dx$$

$$(2) \int_4^1 6 \sqrt[3]{2x - 8} dx$$

$$(3) \int_0^1 3^{4x-7} dx$$

$$(4) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} \cos(4 - 5x) dx$$

$$(5) \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sin^2(3x+2)} dx$$

$$(6) \int_{-4}^0 e^{-x+3} dx$$

$$(7) \int_{-2}^{-1} \frac{1}{\cos^2(\frac{1}{x} + 1)} dx$$

$$(8) \int_1^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx$$

$$(9) \int_{-\pi}^{\pi} \sin^4(x) \cdot \sin(2x) dx$$

$$(10) \int_0^2 \frac{e^x}{(2 - 4e^x)^2} dx$$

$$(11) \int_2^5 \frac{5x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$$

$$(12) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{\sin(2x)} dx$$

$$(13) \int_1^3 \frac{5x^2}{x^3 + 4} dx$$

$$(14) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin(2x)}{5 + \cos^2(x)} dx$$

$$(15) \int_1^2 \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3} dx$$

2. **Feladat.** Számoljuk ki a következő racionális törtfüggvények integráljait!

$$(1) \int_{-3}^{-2} \frac{37 - 11x}{(x+1)(x-2)(x-3)} dx$$

$$(2) \int_1^4 \frac{x^2 + 4x}{x+2} dx$$

$$(3) \int_2^4 \frac{x-6}{x^2+x-2} dx$$

$$(4) \int_0^2 \frac{x^3+1}{x^2-2x-3} dx$$

$$(5) \int_{-5}^{-2} \frac{5x-12}{x(x-4)} dx$$

$$(6) \int_0^4 \frac{x+34}{(x-6)(x+2)} dx$$

3. **Feladat.** Számoljuk ki az alábbi integrálokat!

$$(1) \int_1^{\frac{7}{2}} \sqrt{-x^2 + 2x + 2} dx$$

$$(2) \int_{-1}^2 \frac{1}{e^x + 1} dx$$

$$(3) \int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} \sqrt{1-x^2} dx$$

$$(4) \int_{-2}^1 \frac{5e^{2x} - 10e^x - 8}{e^{2x} - 4e^x} dx$$

$$(5) \int_4^6 \frac{1}{(x+1)\sqrt{x-2}} dx$$

$$(6) \int_{-3}^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2} \cdot x^2} dx$$

$$(7) \int_0^2 \frac{e^{2x}}{3e^x + 7} dx$$

$$(8) \int_{-1}^1 \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx$$

$$(9) \int_{-4}^7 \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$(10) \int_2^8 \frac{1}{x + 2\sqrt{x+1}} dx$$

$$(11) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^8(x) \cdot \cos(x) dx$$

$$(12) \int_{0,2}^{0,6} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(13) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 5^{\cos(x)} \cdot \sin(x) dx$$

$$(14) \int_2^4 \frac{1}{x(\ln^2(x) + 2)} dx$$

4. **Feladat.** Igazak-e az alábbi állítások?

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin(x)} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos(x)} dx \qquad (2) \int_{-a}^a (f(x) - f(-x)) dx = 0$$

$$(3) \frac{2\pi}{e} \leq \int_0^{2\pi} e^{\sin(x)} dx \leq 2\pi e \qquad (4) \frac{\pi}{4} \leq \int_0^1 \sqrt{1-x^3} dx \leq 1$$

5. **Feladat.** Számoljuk ki a következő integrálokat parciális integrálás módszerével!

$$(1) \int_1^3 x \cdot e^{-x} dx \qquad (2) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (x^2 - x + 1) \sin\left(\frac{1}{2}x\right) dx$$

$$(3) \int_0^3 \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx \qquad (4) \int_{\frac{4}{3}}^{\frac{16}{3}} \sqrt{x} \cdot (\ln^2(x) + \ln(x)) dx$$

$$(5) \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{3\pi}{12}} e^{2x} \sin(3x) dx \qquad (6) \int_{-2}^2 (x+1)^{10}(x+2) dx$$

$$(7) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin^4(x) dx$$

*Jó munkát!*