



Egyenletek, egyenlőtlenségek



*Összeállította: dr. Leitold Adrién
egyetemi docens*



Egyenletek: alapfogalmak

- **Értelmezési tartomány:** az ismeretlenek azon értékeinek halmaza, melyekre az egyenletben szereplő műveletek elvégezhetőek.
- **Alaphalmaz:** az értelmezési tartomány azon részhalmaza, melyre az egyenletet vizsgáljuk, ahol a megoldásokat keressük.
- **Azonosság:** olyan egyenlet, amelynél az alaphalmaz minden eleme megoldás (az alaphalmaz megegyezik a megoldáshalmazzal).



Egyenletek: megoldási módszerek

Megoldási módszerek:

- Grafikus megoldás
- Algebrai megoldás
- Megoldás az értelmezési tartomány vizsgálatával
- Megoldás az értékkészlet vizsgálatával
- Megoldás szorzattá alakítással...stb



Egyenletek algebrai megoldása

Az egyenletek átalakításai:

- **ekvivalens átalakítások:** nem változik az alaphalmaz és a megoldáshalmaz.
- **alaphalmazt szűkítő átalakítások:** megoldást veszíthetünk, az ilyen átalakításokat lehetőleg kerüljük, illetve az egyenletek átalakításánál figyeljünk arra, hogy nem szűkül-e az alaphalmaz.
- **alaphalmazt bővítő átalakítások:** hamis megoldásokat kaphatunk, ezeket ellenőrzéssel kell kiszűrni.



Másodfokú egyenlet

Általános alak: $ax^2 + bx + c = 0$, ahol $a \neq 0$

A megoldások száma:

Diszkrimináns: $D = b^2 - 4ac$

- Ha $D > 0$, akkor két valós megoldás van (az egyenletnek 2 darab egyszeres gyöke van).
- Ha $D = 0$, akkor egy valós megoldás van (az egyenletnek 1 darab kétszeres gyöke van).
- Ha $D < 0$, akkor nincs valós megoldás (az egyenletnek nincs valós gyöke).

Ha van valós megoldás, akkor az **a megoldóképlettel** számolható:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Másodfokú egyenlet (folyt.)

Ha $D \geq 0$:

A gyöktényezős alak: $a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$

Gyökök és együtthatók közti összefüggések (Viete-formulák):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$



Egyenlőtlenségek

- A megoldási módszerek és elvek megegyeznek az egyenletével, arra kell azonban figyelni, hogy ha negatív számmal szorzunk vagy osztunk, akkor az egyenlőtlenség iránya megfordul.
- Ismeretlent tartalmazó kifejezéssel való szorzás vagy osztás esetén esetszétválasztást kell alkalmazni.
- Elkerülhetjük az ismeretlent tartalmazó kifejezéssel való szorzást vagy osztást, ha nullára rendezzük az egyenlőtlenséget és előjelvizsgálatot végzünk.
- Az egyenlőtlenségek megoldáshalmaza általában végtelen, ezért a megoldás-ellenőrzésre általában nincs lehetőség, így nagyon fontos minden szükséges kikötést megtenni a megoldás során.