

Feladat

Egy bázistranszformációs eljárás során a következő táblázathoz jutottunk:

bázis	\underline{a}_1	\underline{a}_2	\underline{a}_3	\underline{a}_4	\underline{a}_5
\underline{e}_1	0		0		
\underline{a}_2	1		-3		
\underline{a}_5	0		0		
\underline{a}_4	2		4		

Számolás nélkül válaszoljon az alábbi kérdésekre!

a, Mely vektortér elemei az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5$ vektorok?

b, Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

c, Mennyi a $H = \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$ vektorhalmaz rangja?

d, Adja meg a H vektorhalmaz egy maximális lineárisan független részalmazát!

e, Elhagyható-e a H vektorhalmazból egy vektor úgy, hogy a maradék vektorhalmaz rangja kisebb legyen, mint a H rangja?

f, Melyek azok az $\underline{x} \in R^4$ vektorok, amelyek nem állíthatók elő a H vektorhalmaz vektorainak lineáris kombinációjaként?

g, Melyek azok az $\underline{y} \in R^4$ vektorok, amelyeket a H vektorhalmazhoz csatolva nem növelik meg a rangot?

h, Van-e a H -nak olyan részalmazza, amely bázis az R^4 vektortérben?

i, Van-e a H vektorhalmaznak 1, 2, 3, 4, illetve 5 elemű lineárisan független részalmazza?

j, Van-e a H vektorhalmaznak 1, 2, 3, 4, illetve 5 elemű lineárisan összefüggő részalmazza?

k, Előállítható-e az \underline{a}_3 vektor az \underline{a}_2 és \underline{a}_4 vektorok lineáris kombinációjaként?

l, Előállítható-e az \underline{a}_5 vektor az \underline{a}_2 és \underline{a}_4 vektorok lineáris kombinációjaként?

m, Legyen $V = \mathcal{L}(\underline{a}_1, \dots, \underline{a}_5)$. Hány dimenziós a V altér az R^4 vektortérben? Adjon meg egy bázist V -ben!

n, Adjon példát egy olyan V_1 altérre, hogy $V \oplus V_1 = R^4$ teljesüljön!

o, Adjon példát egy olyan V_2 altérre, hogy $V + V_2 = R^4$, de $V \oplus V_2 \neq R^4$ teljesüljön!

p, Adjon példát egy olyan V_3 altérre, hogy $V + V_3 \neq R^4$ teljesüljön!

e, A H vektorhalmaz mely elemei állíthatók elő \underline{a}_2 és \underline{a}_4 lineáris kombinációjaként?