

**1. feladat:**

$$\underline{a}_1 := (1, 2, 0, 3); \quad \underline{a}_2 := (0, 1, 0, 0); \quad \underline{a}_3 := (3, 8, 0, 9);$$

$$\underline{a}_4 := (1, 1, 1, 1); \quad \underline{x} := (2, 3, 4, 1).$$

Bázistranszformációt alkalmazva válaszoljon a kérdésekre! (Indoklás!)

a) Bázist alkotnak-e az  $\underline{a}_1$ ,  $\underline{a}_2$ ,  $\underline{a}_3$  és  $\underline{a}_4$  vektorok az  $\mathbb{R}^4$  vektortérben?

Ha igen, akkor határozza meg az  $\underline{x}$  vektor ezen bázisra vonatkozó koordinátáit!

b)  $H := \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{x}\}$ . Mennyi a  $H$  vektorhalmaz rangja?

c) Van-e  $H$ -nak három vektorból álló lineárisan független, illetve három vektorból álló lineárisan összefüggő részhalmaza?

(8 pont)

**2. feladat:**

Egy bázistranszformációs eljárás során a következő táblázathoz jutottunk:

bázis	$\underline{a}_1$	$\underline{a}_2$	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_5$
$\underline{e}_1$	0		0		
$\underline{a}_2$	-1		1		
$\underline{a}_5$	0		3		
$\underline{a}_4$	4		2		

Számolás nélkül válaszoljon az alábbi kérdésekre!(Indoklás!)

a) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

b) Mennyi a  $H = \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$  vektorhalmaz rangja?

c) Van-e a  $H$ -nak olyan részhalmaza, amely bázis az  $\mathbb{R}^4$  vektortérben?

d) Előállítható-e az  $\underline{a}_1$  vektor az  $\underline{a}_2$  és  $\underline{a}_4$  vektorok lineáris kombinációjával? Ha igen, hogyan?

(4 pont)

**3. feladat:**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad B := [2 \quad -1 \quad 3]; \quad C := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad D := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Melyik létezik az alábbi mátrixok közül? Amelyik létezik, azt számítsa ki!

$$A^T \cdot C \cdot B, \quad B \cdot C \cdot A^T, \quad (B^T \cdot B + 2D) \cdot B^T$$

b) Invertálható-e az  $A$  mátrix? Ha igen, akkor határozza meg bázistranszformációval az inverzét!

(8 pont)