



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2015/16
2. forduló

1. Mutassa meg, hogy az

$$f(x) = \cos x + \cos(\sqrt{2}x), \quad x \in \mathbb{R}$$

függvény nem periodikus! (10 pont)

2. Számítsa ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}$$

határértéket! (10 pont)

3. a) Mutassa meg, hogy bármely A $m \times n$ mátrixra az $A \cdot A^T$ és $A^T \cdot A$ mátrixok szimmetrikusak!

b) Mutassa meg, hogy ha az A $n \times n$ -es mátrixra $A^T \cdot A = A$, akkor A szimmetrikus és $A = A^2$!

(10 pont)

4. Tekintsük az

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + sx_3 &= 0 \\ x_1 + sx_2 + x_3 &= 0 \\ sx_1 + x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszer, ahol s valós paraméter. Milyen s értékre teljesül, hogy a fenti egyenletrendszer megoldáshalmaza

- a) egy origón átmenő egyenesre eső vektorok összessége;
- b) egy origón átmenő síkra eső vektorok összessége;
- c) csak a $o \in \mathbb{R}^3$ vektort tartalmazza;
- d) a teljes \mathbb{R}^3 tér?

(10 pont)

5. Adja meg a

$$z^2 - i(z - 2) = z - 2, \quad z \in \mathbb{C}$$

egyenlet összes megoldását! (10 pont)

6. Legyenek ρ_1 és ρ_2 ekvivalenciarelációk az A halmazon. Mutassa meg, hogy $\rho_1 \cup \rho_2$ akkor és csak akkor ekvivalenciareláció A -n, ha $\rho_1 \cup \rho_2 = \rho_1 \rho_2$! (10 pont)

Beadási határidő: **2015. november 10.**

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!