Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2014/15.
5. forduló

1. Határozza meg a
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$$
sor összegét! (10 pont)

2. Bizonyítsa be, hogy ha $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pozitív tagú konvergens sor, akkor a $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} a_n$ sor is konvergens! (10 pont)

3. Bizonyítsa be, hogy ha $a_n \geq 0$ minden n-re és $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ is konveregens! Mutassa meg, hogy az $a_n \geq 0$ feltétel nem hagyható el! (10 pont)

4. Adja meg zárt alakban a
$$h(n) = \sum_{k=0}^{n} k \cdot \binom{n}{k}$$
kifejezést! (10 pont)

5. a) Hányféleképpen lehet kiválasztani az $1, ..., n$ számok közül ℓ-et, ha a kiválasztott számok közötti távolság legalább t? És ha a legnagyobb kiválasztott szám és $n+1$ között is legalább t eltérés kell? Mindkét esetben a számok kiválasztásának sorrendje lényegtelen. (3 pont)
   b) Hány olyan n hosszú fej-írás dobássorozat van, amelyben nincs $IIFIF$ részsorozat? (7 pont)

6. Jelölje a_n az

$$2x + 3y = n$$

egyenlet megoldásainak számát, ahol x, y, n természetes számok. Adjon rekurzív összefüggést az a_n sorozatra! (10 pont)

Beadási határidő: **2015. április 13.**
Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!