



Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Matematika Tanszék

Matematikai feladatmegoldó verseny 2013/14.
4. forduló

1. Adja meg azokat az $x \in \mathbb{R}$ értékeket, amelyekre a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{e^{nx}}$$

sor konvergens!

(10 pont)

2. Bizonyítsa be, hogy ha a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ sor konvergens, akkor a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ sor abszolút konvergens!

(10 pont)

3. Mutassa meg, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0.$$

(10 pont)

4. Tekintsük az alábbi táblázatot:

```

      V
    V E V
  V E R E V
V E R S R E V
  V E R S E S R E V
    V E R S E N E S R E V
      V E R S E N Y N E S R E V
```

Hányféleképpen lehet a VERSENY szót kiolvasni a táblázatból, ha az átlós szélen elhelyezkedő bármely V betűből kiindulva jobbra, balra vagy lefele lépünk? (10 pont)

5. Igazolja a

$$\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = 3^n$$

azonosságot minden n pozitív egész számra!

(10 pont)

6. Hány olyan 1 és 1000000 közötti egész szám van, amelynek számjegyeinek összege 20? (10 pont)

Beadási határidő: **2013. április 15.**

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!