PANNON EGYETEM

MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR

MATEMATIKA TANSZÉK

MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY – 2011/12.

4. FORDULÓ

1. feladat

Legyen $f : [\ell, \infty[\to R$ ($\ell \geq 1$ egész) egy pozitív, csökkenő és folytonos függvény. Ekkor a $\sum_{n=\hbar}^{\infty} f(n)$ sor pontosan akkor konvergens, ha az $\int_{\ell}^{\infty} f$ improprius integrál konvergens. Ezt a kritériumot használva, vizsgálja meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n) \ln^{p}(\ln(n))}$ sor konvergenciáját, ahol $p>0$. 10 pont

2. feladat

Legyen $f(x) = \frac{-2x+5}{x^2-5x+6}$. A parciális törtekre bontás módszerét és a geometriai sorról tanultakat felhasználva adja meg az f függvény 0-körüli Taylor-sorát és annak konvergenciasugarát! 10 pont

3. feladat

Legyen $f : R^2 \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Igazolja, hogy f korlátos az R^2-en, de a (0,0)-nál nem folytonos. 10 pont

4. feladat

Adja meg, hogy hány olyan n-hosszú bináris, azaz 0 és 1 elemekből álló sorozat van, amelyben az „10” minta pontosan kétszer szerepel? 10 pont

5. feladat

Az 1, 2, …,10 egész számokat véletlenszerű sorrendben elhelyezzük egy kör mentén. Mutassa meg, hogy mindig kiválasztható 3 db szomszédos szám, amelyek összege legalább 17!

10 pont

6. feladat

Adja meg a

$$\sqrt{a_n} = \sqrt{a_{n-1}} + 2\sqrt{a_{n-2}}\,, \qquad a_0 = 1,\ a_1 = 1$$

rekurzió megoldását!

10 pont

Beadási határidő: 2012. március 29.
Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!