

1. Mikor mondjuk, hogy az $f \in \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ függvény differenciálható az $a \in \mathbb{R}^p$ pontban? Létezik-e olyan $f \in \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelynek egy $a \in \text{dom}(f)$ pontban az összes irány menti deriváltja 1?
2. Mit értünk egy $H \subset \mathbb{R}^p$ korlátos halmaz külső és belső mértékén? Egy $H \subset \mathbb{R}^p$ korlátos halmaz külső mértéke 0. Mérhető-e a H halmaz?
3. A gyökkritérium megfogalmazása (nem határértékkel!). Igaz-e, hogy minden Leibniz típusú sor feltételesen konvergens?
4. Elsőrendű lineáris differenciálegyenletre vonatkozó kezdetiérték feladat megoldhatóságáról szóló állítás megfogalmazása. Létezik-e az $x''(t) = 0$ differenciálegyenletnek olyan $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ megoldása, amelyre $\varphi(1) = 1$ és $\varphi(2) = -1$?
5. Adja meg a $1 - 2i$ tizedik gyökeit.
6. Legyen

$$H := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, \quad -\sqrt{x} \leq y \leq \arctg(x)\}.$$

Bontsa fel az

$$\iint_H 2x dx dy$$

integrált kettő egyszeres integrálra mindkét sorrendben, és az egyik eset felhasználásával számítsa ki az integrált.

7. Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatot:

$$\left. \begin{aligned} x'(t) &= \frac{x(t)}{\ln(x(t))t^3} \\ x(-1) &= \frac{1}{e} \end{aligned} \right\}.$$

8. Adja meg az alábbi differenciálegyenlet összes megoldását:

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = \sin(t).$$

Pontszámok:

$$\begin{array}{lll} 1. & 5 + 3p. & 4. & 5 + 3p. & 7. & 6p. \\ 2. & 5 + 3p. & 5. & 6p. & 8. & 6p. \\ 3. & 5 + 3p. & 6. & 6p. & & \end{array}$$

Összesen: 56p.;

$$\begin{array}{llll} 0 - 20 & 1 & 30 - 38 & 3 \\ 21 - 29 & 2 & 39 - 47 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 48 - 56 \\ 5 \end{array}$$